

# 証明の学びはじめを楽しく

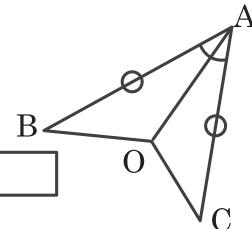
## フローチャートによる、 図形の証明の学習指導

Let's start with flowchart thinking!

AB=AC  
仮定  
 $\angle BAO = \angle CAO$   
  
AO=AO

$\triangle ABO \cong \triangle ACO$

[ ]



[ ]

[ ]



授業のポイントがわかりやすい、  
ビジュアル指導案！



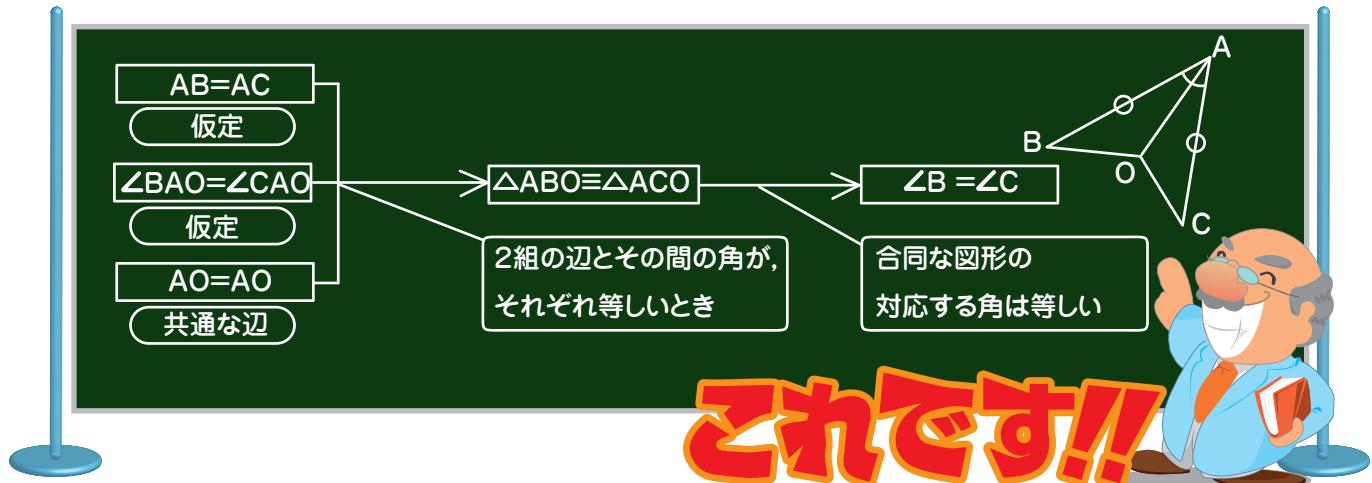
# 証明の学びはじめを楽しく学べる! フローチャートではじめる, 図形の証明の学習指導

## INDEX



“証明のフローチャート” って何・・・(ーー)?	1p
ここがお勧めです。	4p
<b>第1時</b> フローチャートをつくる 合同条件を用いて三角形の合同を導く	9p
<b>第2時</b> フローチャートをつくる 合同条件を用いて三角形の合同を導く	17p
<b>第3時</b> フローチャートをつくる 合同条件を用いて三角形の合同を導く	25p
<b>第4時</b> フローチャートをつくる 合同を示し, 辺や角が等しいことを導く	33p
<b>第5時</b> フローチャートから証明をつくる 合同条件を用いて三角形の合同を証明する	41p
<b>第6時</b> フローチャートから証明をつくる 合同を示し, 辺や角が等しいことを証明する	49p
<b>第7時</b> 証明をつくりフローチャートで見直す 合同を示し, 辺や角が等しいことを証明する	57p
<b>第8時</b> 証明をつくりフローチャートで見直す 合同を示し, 辺や角が等しいことを証明する	65p
<b>第9時</b> 証明をつくりフローチャートで見直す 合同を示し, 辺や角が等しいことを証明する	73p
第1時～第9時用のワークシート集	81p

# “証明のフローチャート”って何・・・(ーー)?



「証明のフローチャート」は、角や辺が等しいこと、二つの三角形が合同であることなどをそれぞれ一つの欄で示しています。そして、三角形の合同条件などによる演繹的な推論を矢線で示し、証明の根拠（三角形の合同条件など）を、矢線に関連づけられた欄で示しています。教科書では、この「証明のフローチャート」を縦にして証明のしくみが説明されていますよね。



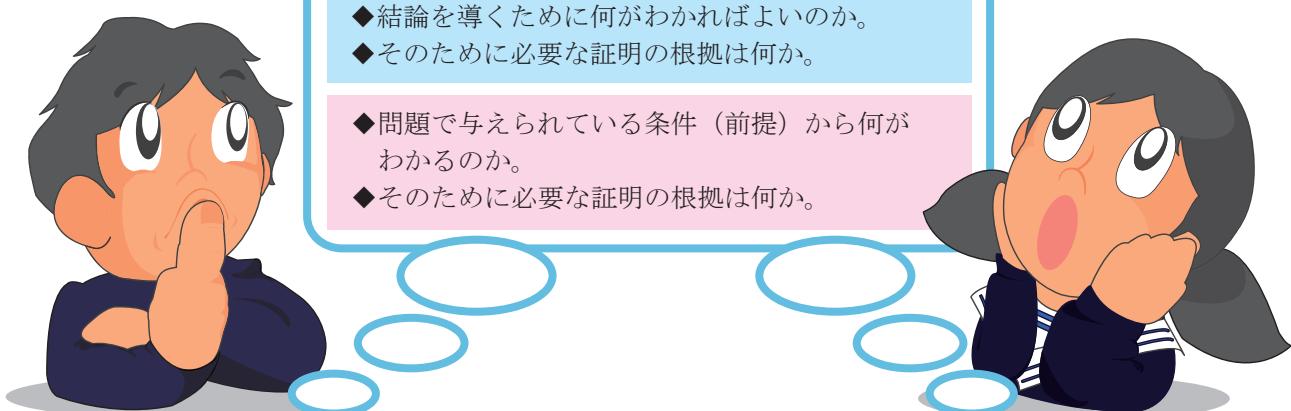
証明をつくりだすために必要な考え方を身に付けるために使います。

## 証明をつくりだすために、どのように考えればよいのでしょうか

証明をはじめて学習する時期の授業で、「証明のフローチャート」の一部あるいは全部を空欄にして使います。一般的な証明問題では、問題で与えられている条件（前提）と結論がはっきりしていますから、これらを「証明のフローチャート」に書き入れると、前提と結論をどのようにつなげていけばよいのかを大まかにつかむことができます。その上で、証明のフローチャートを完成しようとすると、証明をつくりだしていくために、生徒は次のように考えていくことになります。

### 証明をつくりだすために必要な考え方

- ◆結論を導くために何がわかれればよいのか。
- ◆そのために必要な証明の根拠は何か。
- ◆問題で与えられている条件（前提）から何がわかるのか。
- ◆そのために必要な証明の根拠は何か。



## 証明をつくりだすために必要な考え方をフローチャートで育みましょう

こうした証明をつくりだすために必要な考え方を身につけていくことが、証明の学習指導全体で重要なことは言うまでもありません。ですから、証明をはじめて学習する時期にこそ、「証明のフローチャート」を完成する活動を授業に取り入れ、適切な発問を通して、証明をつくりだすために必要な考え方を身につけられるようにすることが大切なことです。

このテキストでご紹介する小単元では、9時間の授業のうち4時間（第1時～第4時）で、結論を導くために必要な仮定を生徒が自ら定めるオープンな問題場面が扱われています。証明問題といえば、仮定と結論がしっかりと与えられているのが一般的ですが、オープンな問題場面で証明のフローチャートをつくることによって、生徒は同じ問題場面で様々なフローチャートをつくりだそうとし、そのなかで、証明をつくりだすために必要となる考え方を身に付けていくことができるのです。

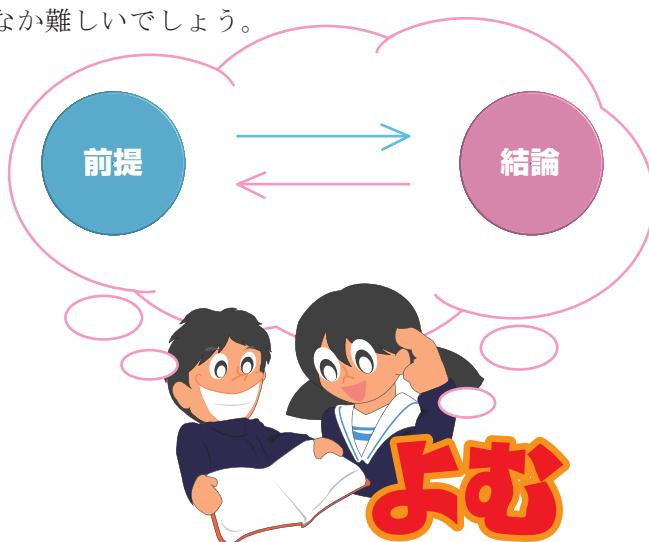


**証明のしくみをとらえるためのツールとしても有効です。**

### 証明をよむことは大切、だけど・・・難しい

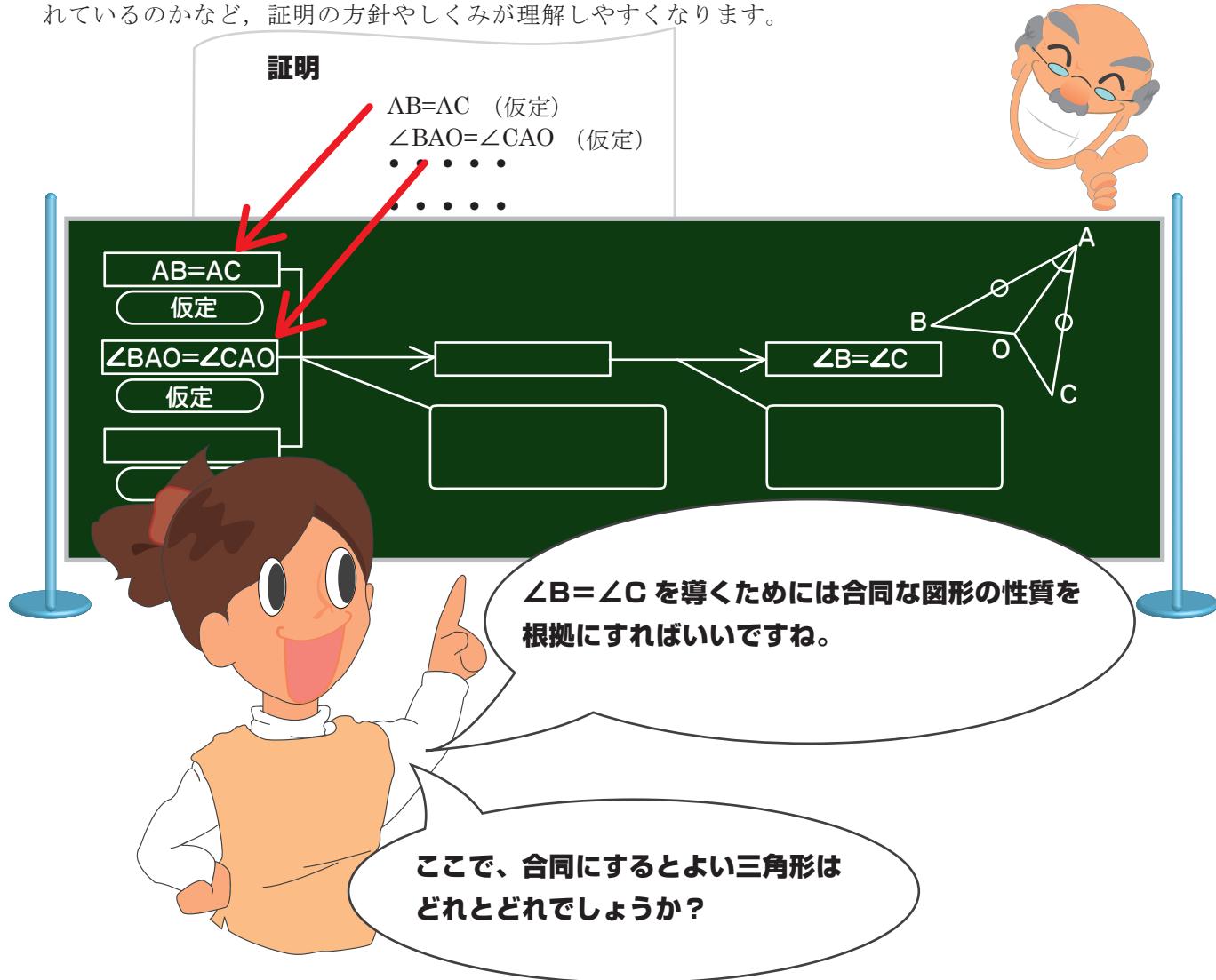
証明の学習では、証明をつくるだけでなく、証明をよむことも大切です。特に、平成20年改訂の学習指導要領では、証明に基づいて新たな性質を見いだすことが学習内容として位置付けられていますから、見いだすための準備として証明をよめるようになることが欠かせません。

証明をよむ際には、問題で与えられている条件（前提）と結論は何か、前提と結論がどのようにつながっているのか、つまり、証明のしくみをとらえる必要があります。ただ、証明は言葉や記号を使って文章で書かれていますから、一文一文を理解することはできても、文のつながり具合をとらえることは生徒にとってなかなか難しいでしょう。



## フローチャートで証明の方針やしくみをよみとる力を育みましょう

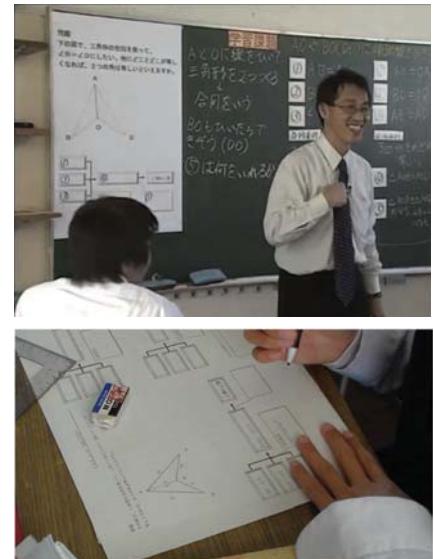
そこで、文章で書かれた証明を生徒が「証明のフローチャート」に表してみるようになります。証明のフローチャートを、枠そのものからつくってみるのがよいのですが、それは証明をはじめて学習する時期の生徒には難しいと思われますから、枠そのものは示して、空欄を埋めていくようにするといでしよう。すると、問題で与えられている条件(前提)から何を証明の根拠として何が導かれているのか、結論を導くために何を証明の根拠として何がわかれればよいのか、前提と結論の間がどのように結びつけられているのかなど、証明の方針やしくみが理解しやすくなります。



# ここがお勧めです。

## 証明をはじめて学習する時期の授業が楽しくなります！

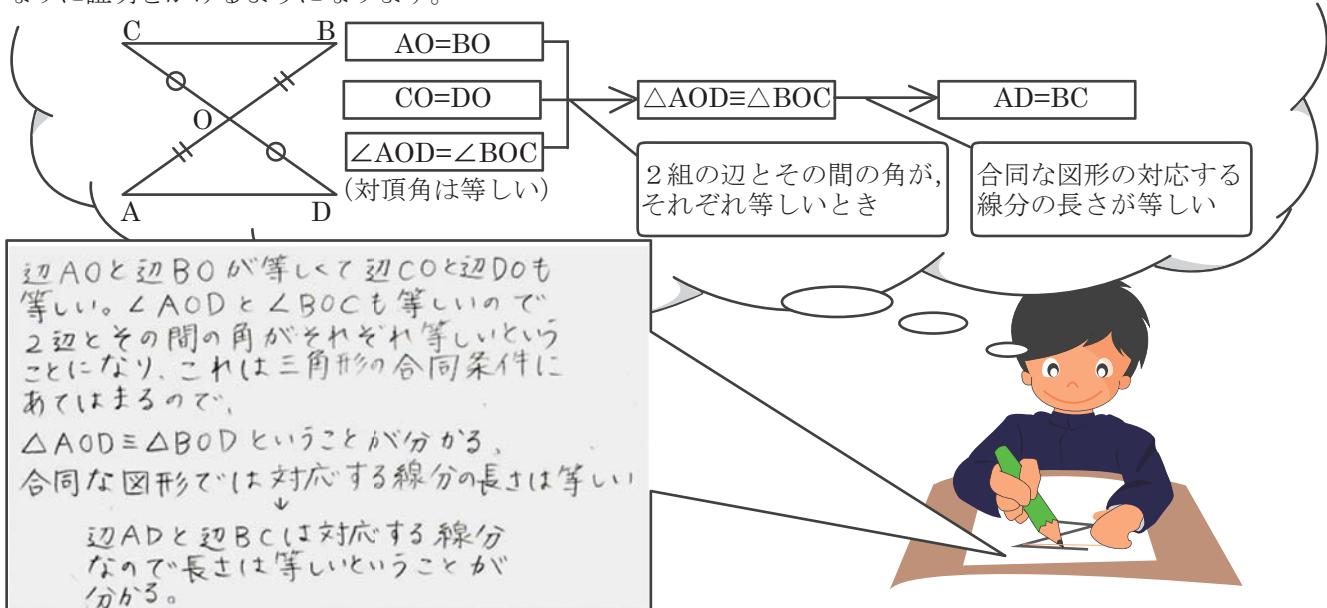
オープンな場面で証明のフローチャートをつくりますので、生徒は仮定や合同条件を変えることによって解答となるフローチャートをいくつも考えることができます。「あれっ、まだこんなのがあるんだ！」、「もっと他にあるんじゃない？」なんて声が教室に飛びかいいます。そうこうしているうちに、証明のしくみを肌で感じ取り、証明をつくりだすために必要な考え方を序々に身に付けていくことができます。



## 証明のフローチャートが、証明をつくる足場になります。

### フローチャートをもとに自分なりに証明をかく

証明のフローチャートをつくりなれてくると、生徒は「証明するって、こんな感じなんだな」と、前提と結論のつながりや証明の根拠の用い方など、証明の全体像をつかむことができるようになります。そうなってから、フローチャートを手がかりに証明をつくる授業に進みましょう。既に証明の全体像をつかめていますから、フローチャートに書いてあることを仮定から結論にむけて言葉で書き直していくと、自分なりに証明をかけるようになります。



## 生徒は自分なりに証明を表現することが好き

はじめから「こう書きます！」と書き方を教え込むのでは、生徒が証明を自ら表現したことにはなりません。特に、証明をはじめて学習する時期の授業では、数学として本質的ではない書き方にはあまりこだわらず、多少冗長であったとしても、証明の筋道をしっかりとらえ自分なりに工夫して表現するようにしていくと、この時期の授業が生徒にとって楽しくなります。生徒は誰しも自分なりに表現することが大好きですから。

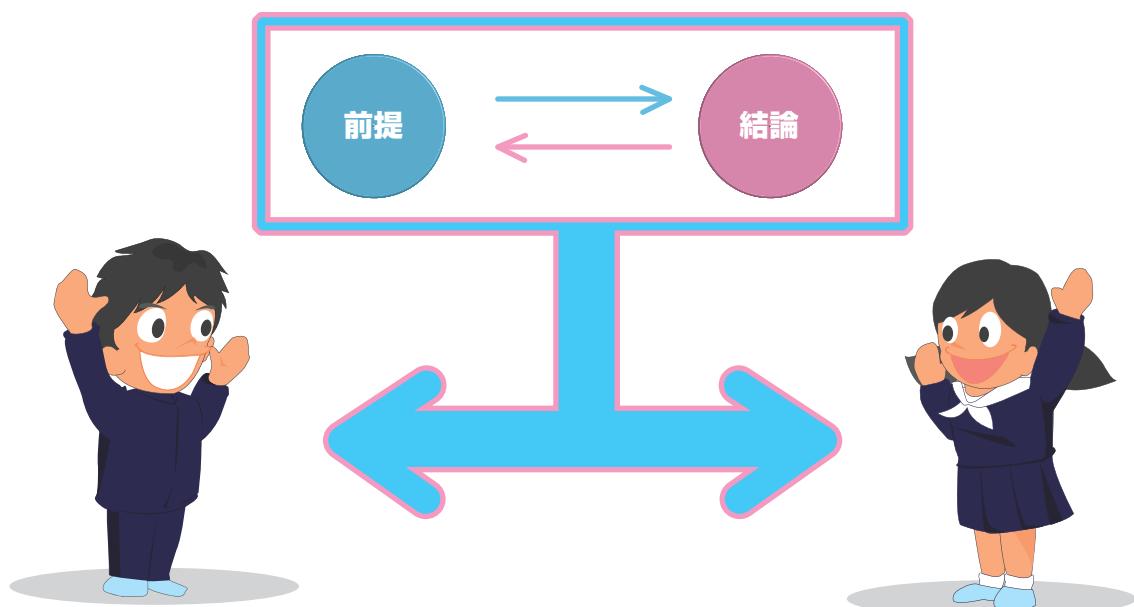
その上で、次のことができるようになりますが大切です。

- ・証明に用いる三角形がわかりやすくなるように、「 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ について」のように冒頭に書くこと。
- ・「合同な図形の対応する角は等しい」などのように、証明の根拠を正しく丁寧に言ったり／書いたり、すること。
- ・「 $\angle ABC = \angle DEF$ 」のように記号を正しく使って辺や角などの相等関係を言ったり／書いたりすること。



## 証明は“ラブレター”みたいなもの

証明の学習はまだまだ続いていきます。その長い時間のなかで、「誰にでも、いつでも、どんな場面でも証明がわかりやすくなるようにするにはどうしたらよいだろうか」と考えながら書き方を工夫していくことが大切です。こうして証明の“完全な”姿を手に入れると、相手や場面に応じて、証明をより詳しくしたり、簡潔にしたりすることもできるようになっていきます。証明は本来「ラブレター」のようなものですから、生徒が自分の願いや思いを込めて自分が考え出した論理の筋道を証明として表現できるようにしたいものです。



## 証明のフローチャートが、証明をつくる足場になります。

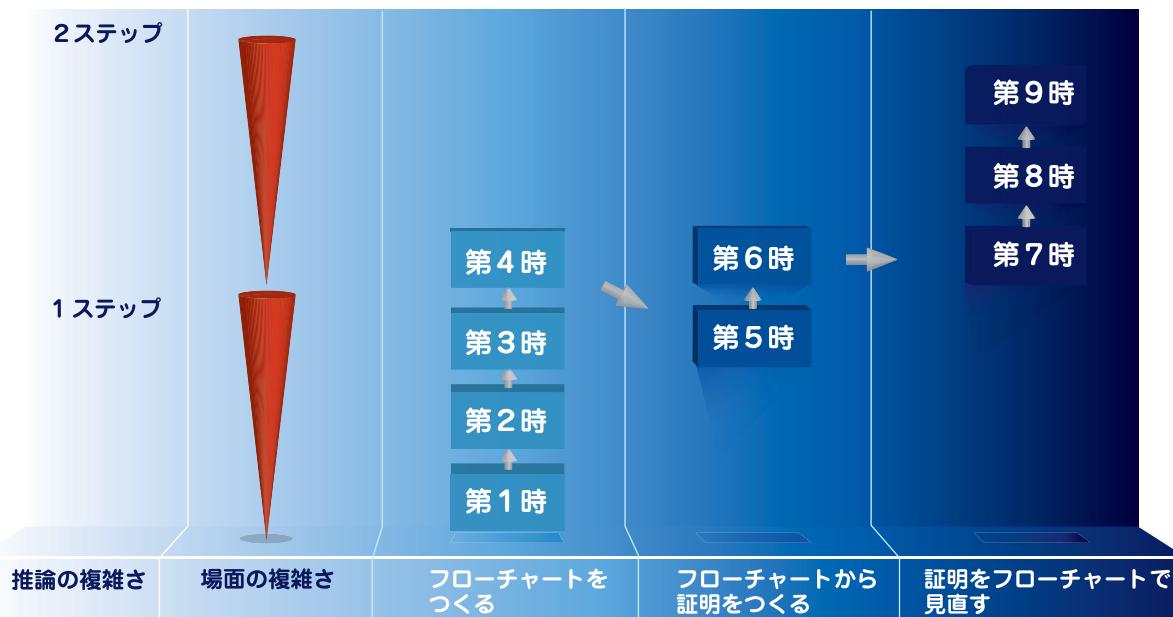
### 単元は3タイプの授業からできています

単元は9時間の授業からできています。それぞれの授業は、授業のねらいによって次の3タイプに分かれています。

I : フローチャートをつくる。 (第1時, 第2時, 第3時, 第4時)

II : フローチャートから証明をつくる。 (第5時, 第6時)

III : 証明をフローチャートで見直す。 (第7時, 第8時, 第9時)



### I : フローチャートをつくる

このタイプの授業（4時間）では、結論を導くために必要な仮定などを自由に定めてよい、オープンな問題場面でフローチャートをつくります。これらの場面で証明のフローチャートをつくることを通じて、生徒が結論を導くために何がわかれればよいか／問題で与えられている条件（前提）から何がわかるのかなど、証明をつくりだすために必要な考え方を身に付けるとともに、証明のしくみを全体的にとらえられるようになります。

4時間のうち、第1時、第2時、第3時では問題で与えられている条件（前提）から三角形の合同を導く（1ステップ）問題場面が扱われます。第1時から第3時にかけて問題場面は次第に複雑になっていきます。その上で、第4時では問題で与えられている条件（前提）から三角形の合同を示し、さらに辺や角が等しいことを導く（2ステップ）問題場面が扱われます。

### II : フローチャートから証明をつくる

このタイプの授業（2時間）では、問題で与えられている条件（前提）から結論を証明する問題場面でフローチャートから証明をつくります。これらの場面でフローチャートを手がかりとして証明をつくることを通じて、生徒が、フローチャートの各欄と根拠を「（根拠）なので・・・である」という意味になるように文章で自分なりに表現するとともに、前提から結論にむけてそれぞれの文章を書き並べます。

2時間のうち、第5時では問題で与えられている条件（前提）から三角形の合同を証明する（1ステップ）問題場面が扱われます。そして、第6時では問題で与えられている条件（前提）から三角形の合同を示し、さらに辺や角が等しいことを証明する問題場面（2ステップ）が扱われます。

なお、第5時、第6時の問題場面は、第3時、第4時のオープンな問題場面を、一般的な証明問題と同様にクローズな場面にしたもので。ですから、生徒は第5時、第6時でフローチャートをつくるのに困ることなく、フローチャートから証明をつくることに専念できます。

### III: 証明をフローチャートで見直す

このタイプの授業（3時間）では、問題で与えられている条件（前提）から結論を証明する問題場面で証明をつくり、つくった証明をフローチャートで見直します。これらの場面で証明をつくりフローチャートで見直すことを通じて、生徒が証明の不十分な点などを手直しするとともに、証明した後に振り返り、よりよい証明をつくろうとする習慣を身に付けることができます。

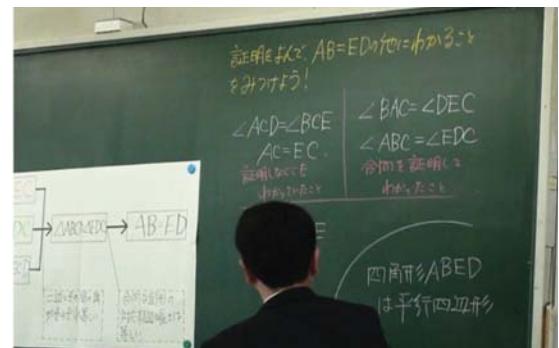
3時間のうち、第7時、第9時では問題で与えられている条件（前提）から三角形の合同を示し、さらに辺や角が等しいことを示す問題場面（2ステップ）が扱われます。第8時では、平行線の錯角を利用して三角形の合同を示し、辺が等しいことを示す問題場面が扱われます。この場面は、教科書で標準的に扱われているものです。第9時では、三角形が複雑に重なり合う図形から、仮定が使え結論がいえる三角形を1組見つけます。

#### 証明から新しい性質を見いだす場面でも利用できます！

#### 「証明に基づいて新たな性質を見いだすこと」が新しい学習内容に

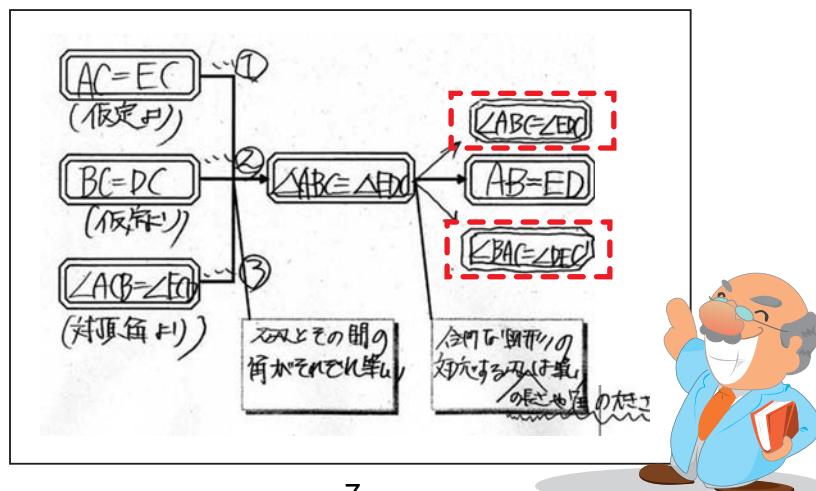
平成20年改訂の学習指導要領では中学2年の図形領域で、証明に基づいて新たな性質を見いだすことが内容とされています。この内容の取り扱いでは、証明の学習が従来のように「結論を導いたらそれで終わり」という閉塞的なものになることなく、数学的な活動として発展的に考え、「証明から新たに何かをつくり出していく」ものとなることが意図されています。

ただ、証明に基づいて新たな性質を見いだすことは、これまでの授業であまり注目されてこなかったことですから、教材や授業展開の開発、その際に必要となる手立ての工夫、さらには評価問題の開発が必要となります。



#### 新たな性質を見いだすしきみがフローチャートで明らかに！

合同な二つの三角形の間には角や辺の6つの相等関係が必ず成り立ちます。三角形の合同条件を用いて合同を示すためには角や辺の3つの相等関係だけが必要になるので、三角形の合同条件によって合同を示すことができると、残り3つの相等関係が必ず成り立つことになります。このことをフローチャートで図示すると、証明に基づいて新しい性質をどのようにして見いだせばよいのかがわかりやすくなります。



6つ

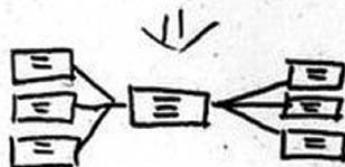
1

3つは

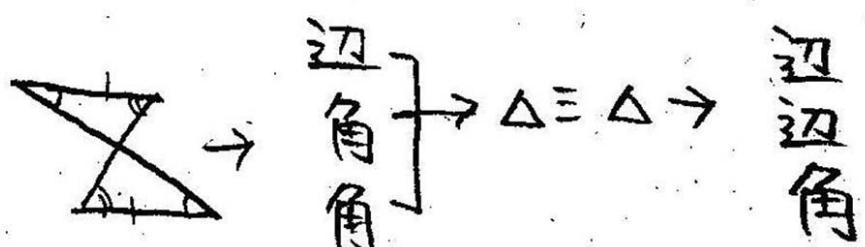
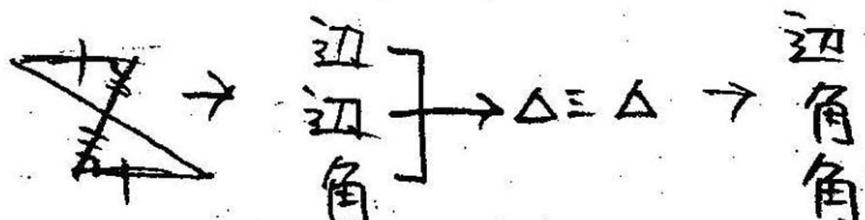
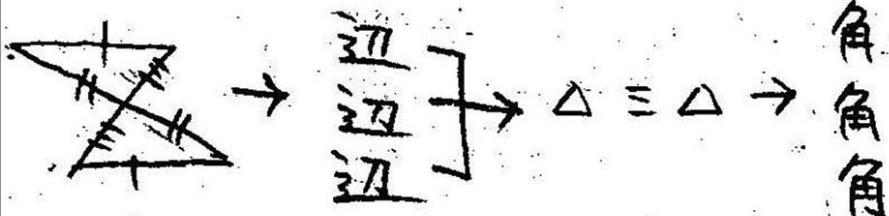
証明に使

考慮する  
辺・角はそれぞれ等しいと分かること

$\Rightarrow$  合同が証明される  $\Rightarrow$  残り3つが等しいとする



2つの三角形では辺や角が6つある。合同を証明するのに、そのうち3つ使うから証明したことの他に2つわかる。



## 注意してください

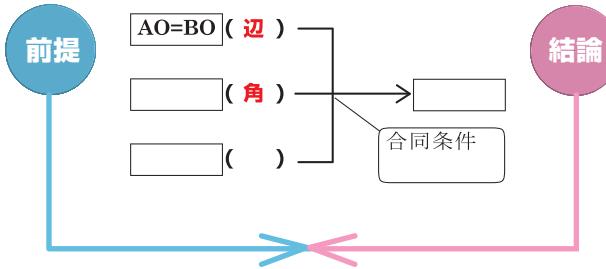
証明のフローチャートは、証明をはじめて学習する時期に最も有効です。

証明のフローチャートは、証明をはじめて学習するための足場ですので、三角形の合同を用いた簡単な証明をつくることができるようになる時期に適しています。学習が進み証明が複雑になると、フローチャートも複雑になりますので、有効とは限りません。



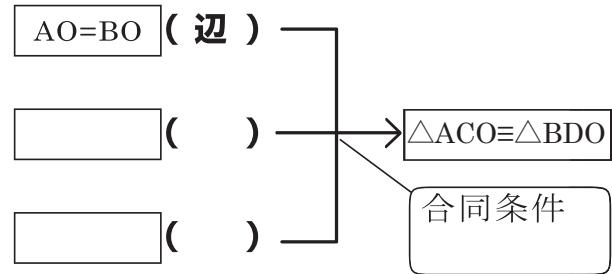
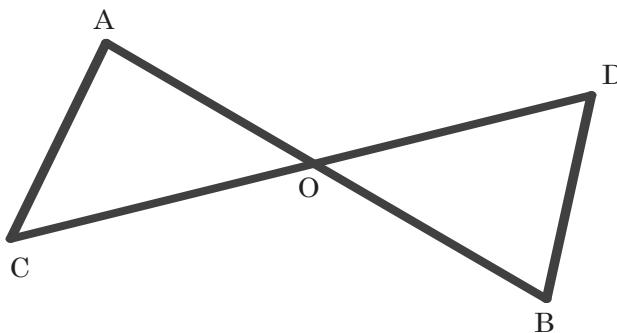
## ねらい

三角形の合同を導くオープンな場面で、三角形の合同条件を使うために必要な性質や関係を定めることに着目し、辺や角の等しい関係を入れてフローチャートを完成することを通して、記号による表記の基本的な技能を身に付けるとともに、主に結論から前提へ考えながら、三角形の合同を示す証明のしくみをつかむことができる。



## 学習問題

下の図で、 $AO=BO$ である。このとき、 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



## POINT! オープンな場面で考える

三角形の合同を用いて結論 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ を導くために必要な辺や角の組合せをできるだけ多く見いだし、その組み合わせに適した三角形の合同条件を正しく表現する。

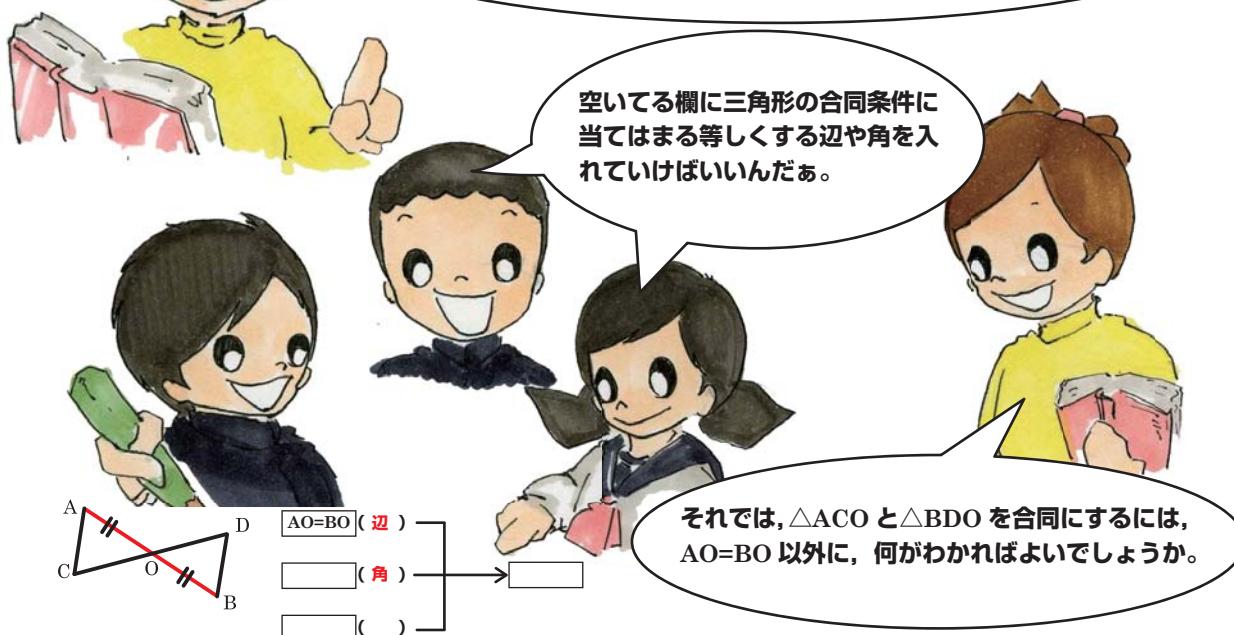
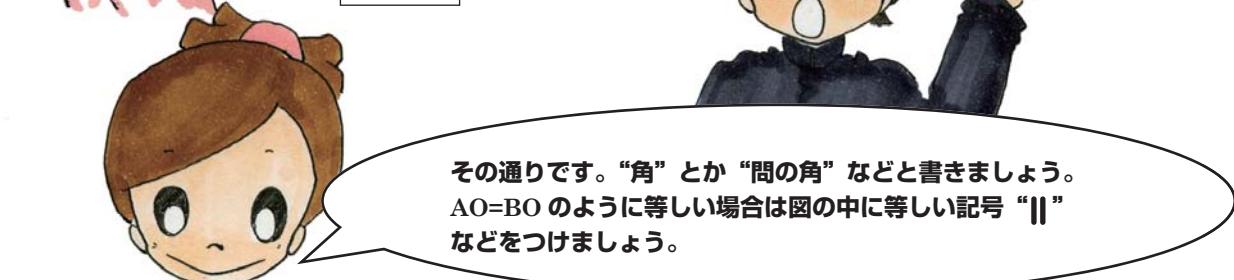
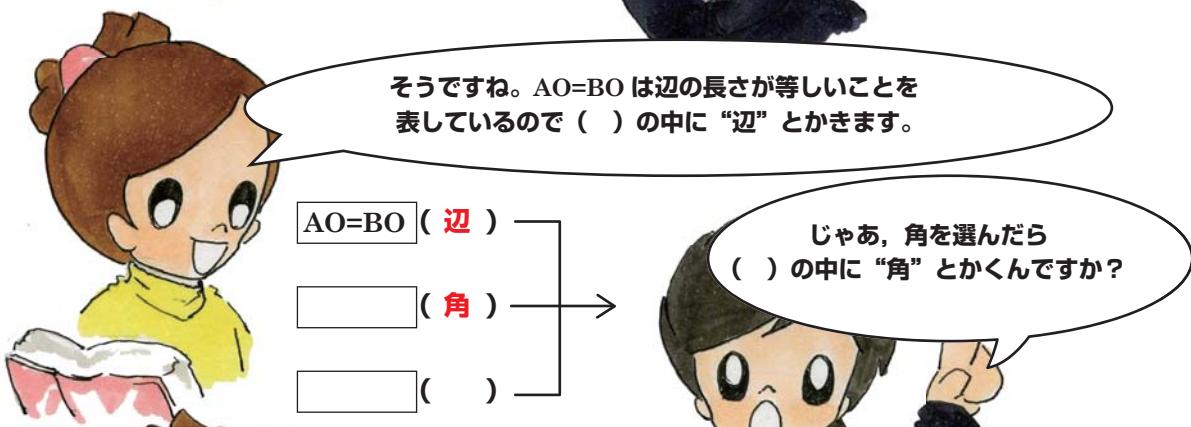
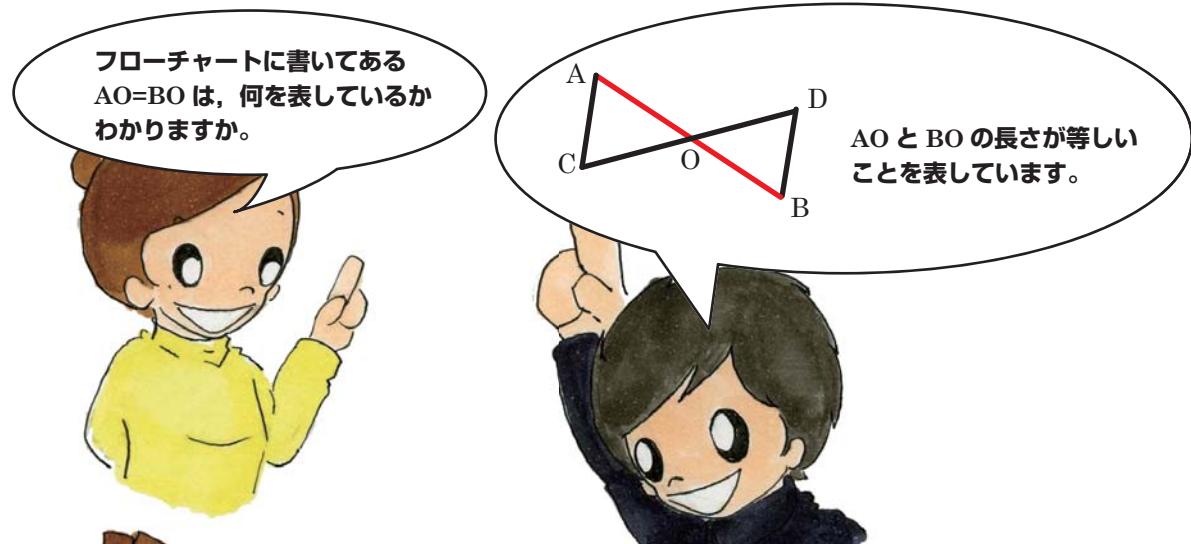
## POINT! 合同な三角形の対応する角や辺に注意する

どの辺とどの辺が対応するのか、どの角とどの角が対応するかに注意して、結論 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ を導くために必要な辺や角の組を見いだす。

## 学習活動の展開（展開）

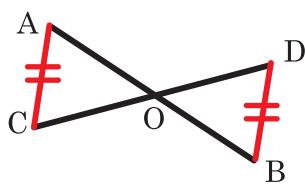
## A 問題をつかむ

【学習問題】  $AO=BO$  である。このとき、 $\triangle ACO$  と  $\triangle BDO$  を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくしなればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



## B 自分でフローチャートをつくってみる

AC=BD は、何を表しているか  
わかりますか。



AC と BD の辺の長さが等しい  
ことを表しています。

そうですね。  
辺の長さが等しいときは、三角形の  
図の中に等しい印 “//” などをつけるといいですね。

そうか、図の中に等しい記号を  
つけると、わかりやすくなるな。

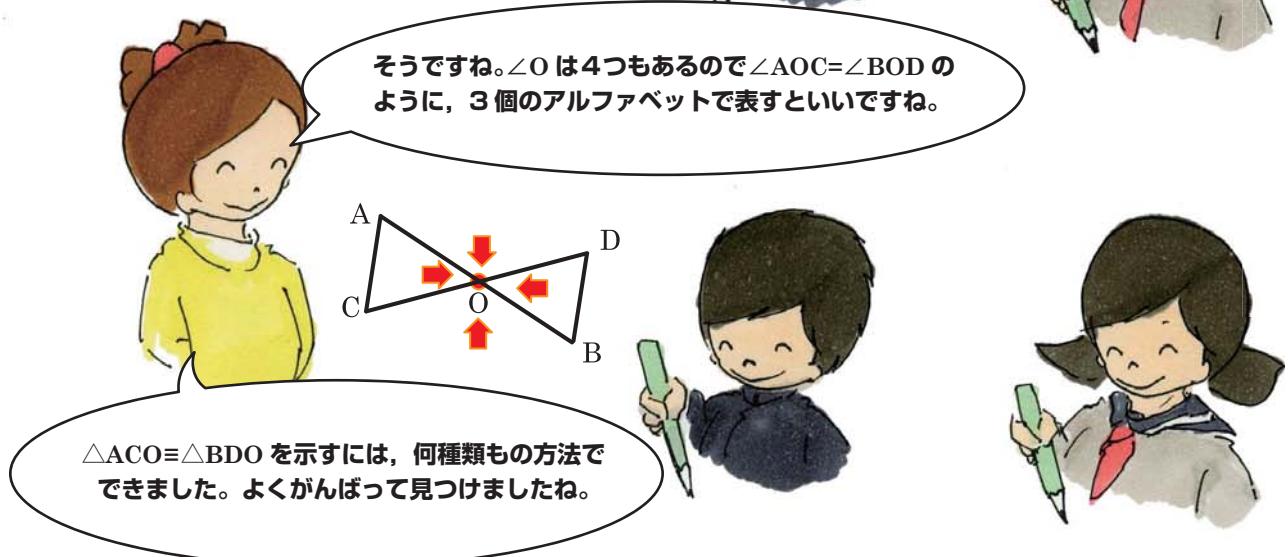
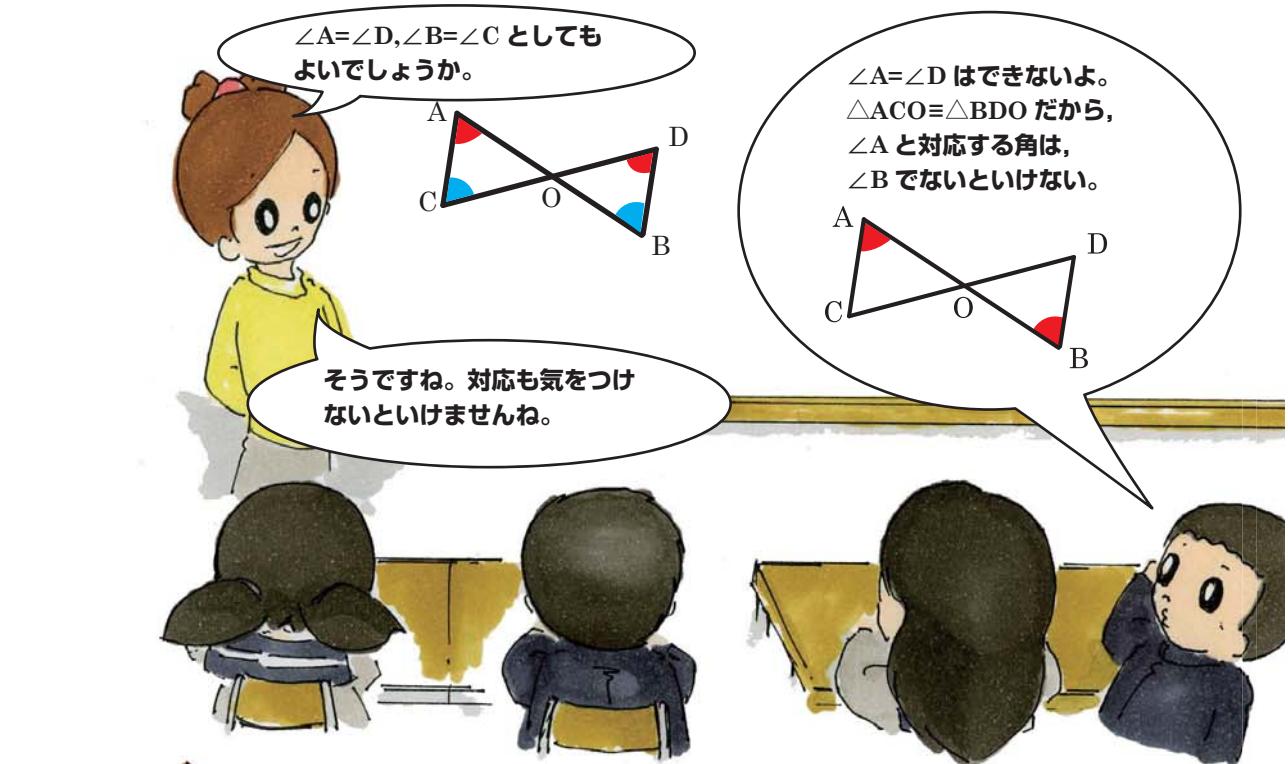
合同条件「2組の辺とその間の  
角が、それぞれ等しいとき」を  
使おうとすれば・・・

同じ合同条件でも違う辺や角を  
選んでもできるな。

別の合同条件でもできるので、  
 $\triangle ACO \equiv \triangle BDO$  は、いろいろな  
方法でいえそうだよ。

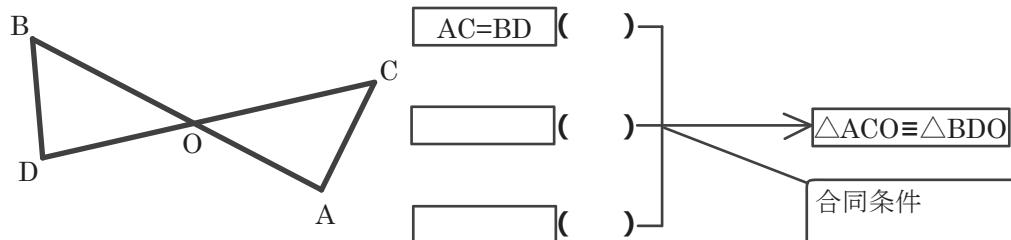
選んだ辺や角で、 $\triangle ACO$  と  $\triangle BDO$  との合同が  
いえるのかよく見直してみましょう。  
他のやり方でも  $\triangle ACO \equiv \triangle BDO$  がいえそうですね。  
見つけてみましょう。

## C みんなでフローチャートを手直しする



## D 別の問題でフローチャートをつくってみる

下の図で、 $AC=BD$ である。このとき、 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



今度はどうかな？



## 学習指導のポイント

### 1. 記号による表記の基本的な技能を確かめましょう。

証明のフローチャートの欄には、辺や角などが等しいことを記号で「AO = BO」、「 $\angle AOC = \angle BOD$ 」のように書き入れます。このためには、生徒は記号による表記の基本的な技能を身に付けている必要があります。しかし、証明をはじめて学習する時期の生徒にとって記号による表記は“外国語”的なものですから、図からわかったことをフローチャートに書き入れたり、友達や黒板にあるフローチャートをよみとったりする際に、こうした記号による表記が大きなハードルになることがあります。ですから、フローチャートをつくりながら、例えば、「AO = BO」について「何を表していますか?」などと問いかけ、この表記から辺が等しいことをよみとれているかを確かめることが大切です。

なお、第1時、第2時、第3時のフローチャートには、三角形の合同条件を用いるために必要な条件を書き込む欄の横に「( )」が書き添えられています。これに「(辺)」、「(間の角)」などと書き入れることを通して、記号による表記の基本的な技能が身に付いているかを確かめたり、三角形の合同条件を見つけやすくしたりすることができます。

### 2. いろいろなフローチャートを考えてみるように促しましょう。

オープンな場面設定にしてあるので、いろいろなフローチャートをつくり出すことができます。いろいろなフローチャートを考えてみるように、「他にもできないかな?」と生徒を促してみましょう。証明のしくみを次第につかむことができるようになっていきます。

### 3. 証明のしくみをつかむための発問を工夫しましょう。

「三角形の合同を導くために他に何がわかれればよいですか?」、「この辺とこの2つの角からするとどの三角形の合同条件が使えそうですか?」等、証明のしくみをつかむための発問を準備しておきましょう。

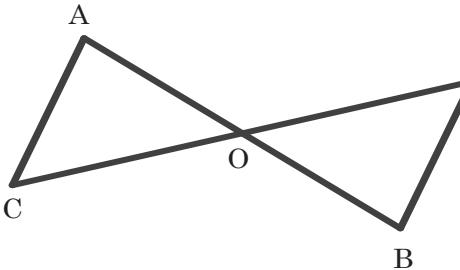
### 4. つくりかえてもよいものとしてフローチャートを利用しましょう。

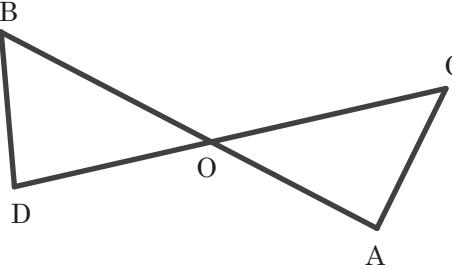
フローチャートは証明のしくみをつかむための手助けとなります。その反面、思考の幅を狭めてしまうこともあります。たとえば、第1時の学習問題では、「AC//BD」として平行線の錯角が等しいことを利用してもよいのですが、そのままではフローチャートにあてはまりません。そのようなときは、生徒のアイデアが表現されるように、欄や矢印を付け加えるなどしてフローチャートをつくりかえましょう。フローチャートを必要に応じてつくりかえてもよいものとしてフローチャートを利用していくことが今後の学習にとってとても大切です。

## 1. 主眼

$\triangle ACO \cong \triangle BDO$ を導くオープンな場面で、三角形の合同条件を使うためには $AO=BO$ 以外に何をいえばよいかに着目し、フローチャートに三角形の合同条件に当てはまる等しい辺や角を入れることを通して、記号による表記の基本的な技能を身に付けるとともに前提から結論へ/結論から前提へ双方に考えながら、三角形の合同を示す証明のしくみを理解することができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>AO=BO</math>である。このとき、<math>\triangle ACO</math>と<math>\triangle BDO</math>を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。</p>  <p>AO=BO ( )    ( ) ( )    ( ) ( )    △ACO<math>\cong</math>△BDO    合同条件</p>	<p>10分</p> <p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>合同をいうためには合同条件を使えばいい。</li> <li>三角形の合同条件に当てはまるような辺や角を空欄に入れればよいと思う。</li> </ul> <p>◇結論「<math>\triangle ACO \cong \triangle BDO</math>」を示すために何がわかれればよいかと問いかける。</p> <p>◇( )の中に“辺”や“間の角”“端の角”などと入れればよいことと、三角形の合同条件に当てはめればよいことを確認し、学習課題を設定する。</p>	
個人追究	<p>【学習課題】</p> <p>三角形の合同条件に当てはまりそうな辺や角をフローチャートに入れ、<math>\triangle ACO \cong \triangle BDO</math>を示そう。</p> <p>②自分でフローチャートをつくってみる。</p> <p>AO=BO (辺)    CO=DO (辺)  <math>\angle AOC = \angle BOD</math> (間の角)</p> <p>△ACO<math>\cong</math>△BDO    合同条件    2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき</p> <p>・図の三角形の中に、等しくなる印をつけるとあと何をいえばよいかわかりやすいなあ。</p>	<p>16分</p> <p>◇困っている生徒には、どの角や辺を当てはめたら合同条件がいえるのか確認する。</p> <p>◇フローチャートに当てはめた辺や角が、三角形の合同条件に合っているか確認するよう問いかける。</p> <p>◇適切な三角形の合同条件を見いだしやすくするために次の2点を助言する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>フローチャートの( )の中に“辺”や“間の角”などと入れる。</li> <li>CO=DOのように等しいと仮定した辺や角の対応する図の部分に、「  」「<math>\angle</math>」などの等しい記号をつける。</li> </ul> <p>◇フローチャートは一つだけでなく、できるだけ多くつくるように助言する。</p>	

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなでフローチャートを手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>対頂角は等しいので、<math>\angle AOC = \angle BOD</math>といえる。</li> <li>その理由を書く欄が欲しいなあ。</li> <li><math>\angle O = \angle O</math>では、どの角を表すかわからないから3つの文字を使うんだ。</li> <li><math>AO = BO</math> (辺) , <math>\angle AOC = \angle BOD</math> (間の角)などと( )の中に書くと、どの合同条件を使えばいいかわかりやすくなる。</li> <li>等しくした辺や角に記号をつけると、あとどこを等しくすればいいかわかりやすくなるな。</li> </ul> <p>・<math>\angle A = \angle B</math>, <math>\angle C = \angle D</math>, <math>AO = BO</math>だと1組の辺とその両端の角が使えないな。</p> <p>・三角形の内角の和が<math>180^\circ</math>であることをえば、<math>\angle AOC = \angle BOD</math>もいえる。でも対頂角が等しいを説明しているのと同じだ。</p> <p>・<math>\angle A = \angle D</math>とすると、<math>\triangle ACO \equiv \triangle BDO</math>にならないので、角の対応がおかしい。</p> <p>・3つの合同条件はどれもつくれるな。</p> <p>・2辺とその間の角は2つできるな。</p>	<p>◇<math>\angle O = \angle O</math>では、どの角を表しているかわからないので、必要な時は3つ文字を使うことを確認する。対頂角のように根拠がはっきりしている場合、その理由を問う。また、必要に応じて「対頂角が等しい」などの根拠を書く欄を自分でつくってもよいことを伝える。</p> <p>◇<math>\angle AOC = \angle BOD</math> (間の角), <math>AO = BO</math> (辺)などと( )の中に書いたり、等しいと仮定した辺や角の対応した図の部分に等しい記号をつけたりすると、適切な三角形の合同条件を見いだしやすくなることを確認する。</p> <p>◇<math>\angle A = \angle B</math>, <math>\angle C = \angle D</math>としても、三角形の内角の和が<math>180^\circ</math>を使えば、<math>\angle AOC = \angle BOD</math>がいえ、これは対頂角が等しいを説明しているのと同じであることを確認する。</p> <p>◇<math>\angle A = \angle D</math>としてよいかと問いかけ、その理由を確認する。</p>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AC = BD</math>である。このとき、<math>\triangle ACO \equiv \triangle BDO</math>を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。</p>  <p>AC = BD ( )</p> <p>( ) ( ) <math>\rightarrow \triangle ACO \equiv \triangle BDO</math></p> <p>( ) ( ) 合同条件</p> <p>・さっきの問題と同じように考えていいれば、よさそうだ。</p> <p>・( )の中に「辺」や「間の角」などと書いたり、等しくした辺や角の図の中に記号をつけたりすると、三角形の合同条件を見つけやすくなるなあ。</p> <p>・<math>\triangle ACO \equiv \triangle BDO</math>は、いろいろな方法でいえるぞ。</p>	<p>◇本時の類題を提示し、フローチャートに適当に辺や角を当てはめて、三角形の合同をいうように問いかける。</p> <p>◇一つ一つの合同条件につき、何個できそうかを考えるように助言する。</p>	10分

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

第1回



システムで試してみよう！

授業 | 標準

## Let's フローチャート シンキング

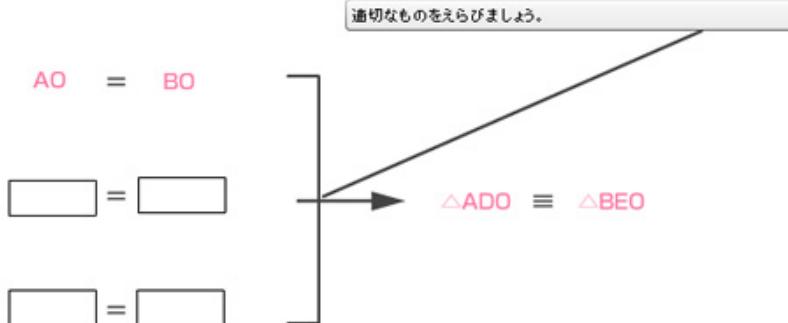
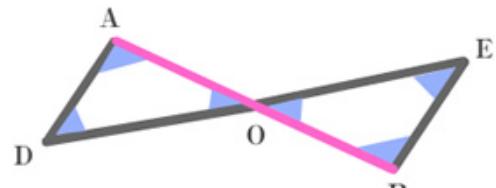
### Lesson II-1

右の図で  $AO=BO$  のとき、 $\triangle ADO \cong \triangle BEO$  が合同であることを示します。他にどことどこが等しくなれば、 $\triangle ADO \cong \triangle BEO$  を示すことができますか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。フローチャートを完成させてみよう。

初級モード  上級モード



Opt



答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

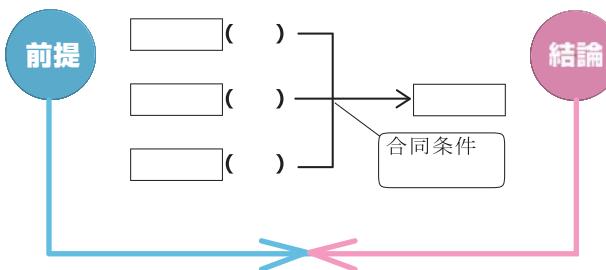
Go!



アドビバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロードしてください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

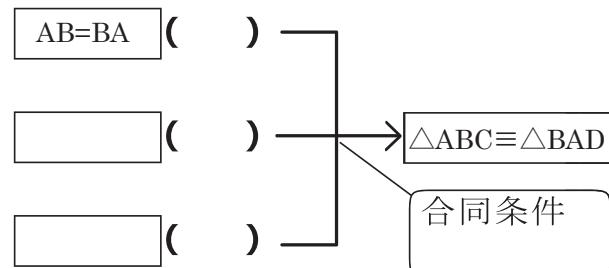
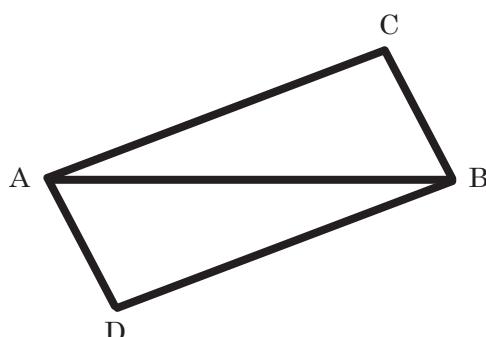
## ねらい

三角形の合同を導くオープンな場面で、三角形の合同条件を使うために辺や角の対応関係に注意して必要な性質や関係を定めることに着目し、辺や角の等しい関係を入れてフローチャートを完成することを通して、記号による表記を身に付けるとともに、主に結論から前提へ考えながら、三角形の合同を示す証明のしくみをつかむことができる。



## 学習問題

下の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BAD$ を合同にするには、辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



## POINT! オープンな場面で考える

三角形の合同を用いて結論 $\triangle ABC \equiv \triangle BAD$ を導くために必要な辺や角の組合せをできるだけ多く見いだし、その組み合わせに適した三角形の合同条件を正しく表現する。

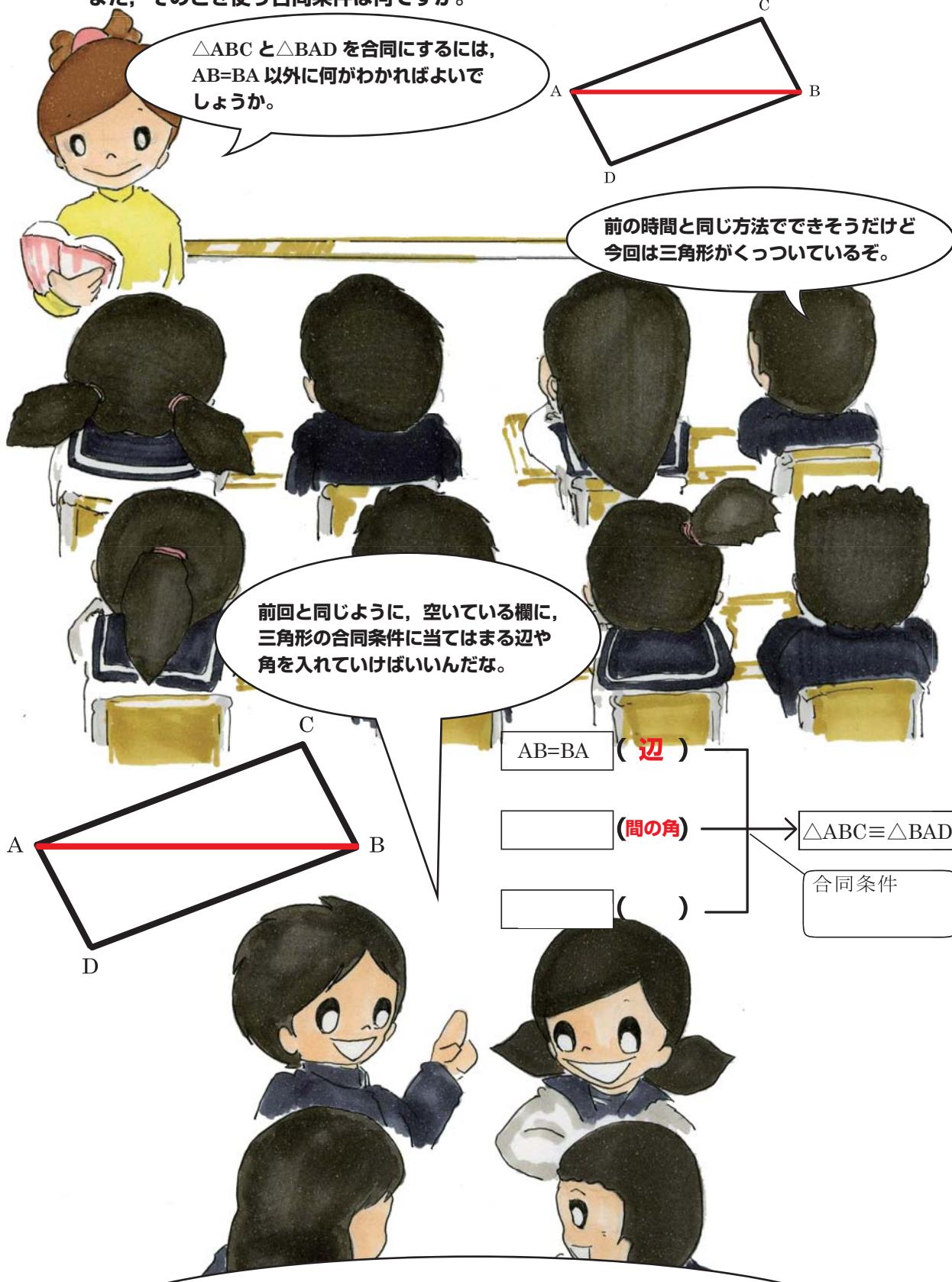
## POINT! 対応の順序に注意して辺や角が等しいことを表現する

結論 $\triangle ABC \equiv \triangle BAD$ を導くために必要な辺や角の組合せを見いだした上で、「 $AB=BA$ 」とフローチャートに書いてある理由を考えることを通して、対応の順序に注意して辺や角の等しい関係を表現する。

## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

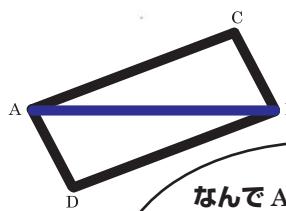
【学習問題】 $\triangle ABC$  と  $\triangle BAD$  を合同にするには、辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。  
また、そのとき使う合同条件は何ですか。



( ) の中に“辺”“間の角”などと入れたり、図の等しい部分に記号をつけたりすると三角形の合同条件が見つけやすいぞ。

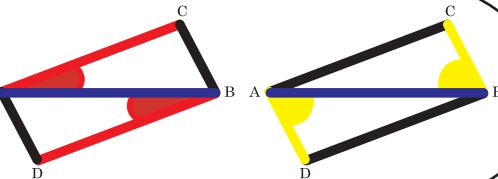
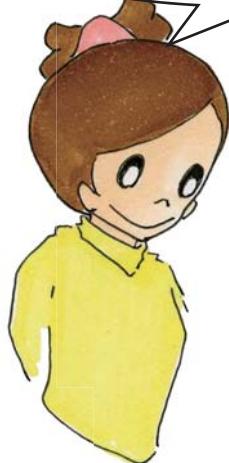
## B 自分でフローチャートをつくってみる

選んだ辺や角で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BAD$  との合同がいえるのか、よく見直してみましょう。



なんで  $AB=AB$  じゃないのかな?  
合同条件「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を使おうとすれば・・・合同条件「2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき」を使おうとすれば・・・

なんで  $AB=AB$  じゃないのかな?



前回と同じように、同じ合同条件でも違う辺や角を選んでもできるぞ。

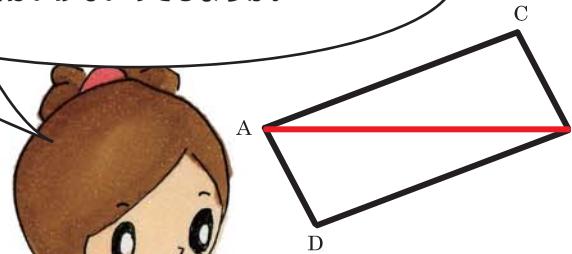
これなら  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$  がいえそうですね。  
他のやり方でもできないでしょうか。



前回と同じように、別の合同条件でもできるので、 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$  はいろいろな方法でいえそうだ。

## C みんなでフローチャートを手直しする

ところで、どうして  $AB=BA$  なのでしょうか。  
 $AB=AB$  ではいけないのでしょうか。

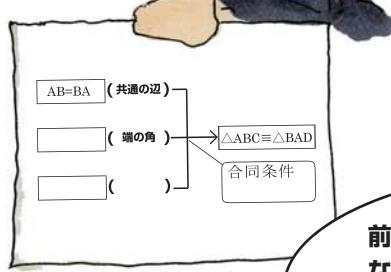


$AB=AB$  だと、頂点 A と頂点 A が重なることになるので、 $\triangle ABC \equiv \triangle ABD$  になってしまう。

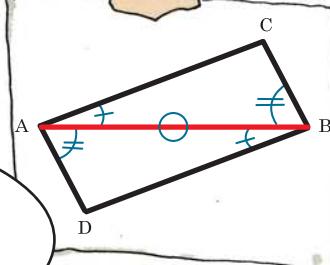
そうですね。 $AB=BA$  のように重なっている辺を「共通な辺」といいます。



重なっている辺を「共通な辺」というんだな。  
辺や角もよく対応を考えて、等しい辺や角を見つけてないといけないんだ。  
だから  $AC=AD$ ,  $BC=BD$  もだめなんだ。



前の時間のように ( ) の中に (端の角) などと入れたり、図の中に等しい記号をつけたりすると三角形の合同条件を見つけやすくなるなあ。

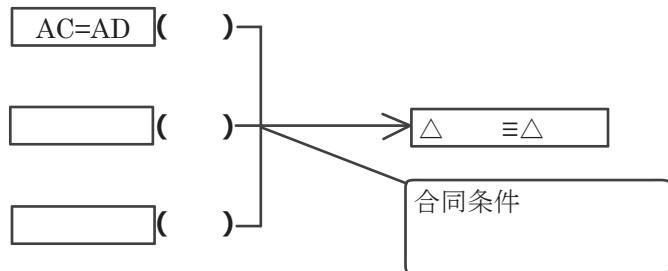
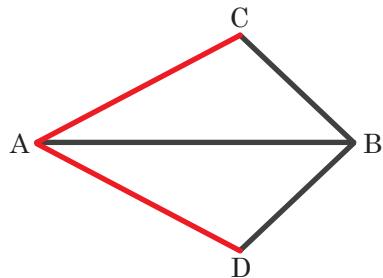


そうですね。三角形の合同をいう時は、どの頂点とどの頂点が対応するかよく考えないといけないですね。  
前回の問題と同じように何種類もの方法で  $\triangle ABC \equiv \triangle BAD$  を示すことができそうですね。



## D 別の問題でフローチャートをつくってみる

下の図で、 $AC=AD$  である。このとき、 $\triangle ACB$  と  $\triangle ADB$  を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



今度はどうかな？



さっきの問題と同じように考えていけば、よさそうだ。  
 $\triangle ACB \equiv \triangle ADB$  は、いろいろな方法でいえるぞ。  
 今度は重なっている辺が  $AB=AB$  になるよね。



## 学習指導のポイント

### 1. 記号による表記の基本的な技能を確かめましょう。

証明のフローチャートの欄には、辺や角などが等しいことを記号で「 $BC = AD$ 」、「 $\angle CBA = \angle DAB$ 」のように書き入れます。このためには、生徒は記号による表記の基本的な技能を身に付けている必要があります。しかし、証明をはじめて学習する時期の生徒にとって記号による表記は“外国語”的なものですから、図からわかったことをフローチャートに書き入れたり、友達や黒板にあるフローチャートをよみとったりする際に、こうした記号による表記が大きなハードルになることがあります。ですから、フローチャートをつくりながら、例えば、「 $BC = AD$ 」について「何を表していますか?」などと問い合わせ、この表記から辺が等しいことをよみとれているかを確かめることが大切です。

なお、第1時、第2時、第3時のフローチャートには、三角形の合同条件を用いるために必要な条件を書き込む欄の横に「( )」が書き添えられています。これに「(辺)」、「(間の角)」などと書き入れることを通して、記号による表記の基本的な技能が身に付いているかを確かめたり、三角形の合同条件を見つけやすくしたりすることができます。

### 2.2つの三角形で対応する辺や角を確認する発問をしましょう。

【問題をつかむ】場面や【みんなでフローチャートを手直しする】場面で、「フローチャートに  $AB=BA$  と書いてあることから、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BAD$  のどの辺とどの辺、どの角とどの角が対応していることになりますか。」、「 $AC=AD$ 、 $BC=BD$  ではだめなのでしょうか?」などと、三角形の対応する辺や角を確認する発問をしてみましょう。

### 3. 対応の順序に従って表現するよさを確認しましょう。

【みんなでフローチャートを手直しする】場面で、辺や角が等しいことを対応する順序で書くことについて取り上げ、「 $BC=DA$  と書くのではなく、三角形の対応する頂点の順番に従って  $BC=AD$  と書くと対応の順序がはつきりして証明がよみやすくなります。」等、対応の順序に従って表現するよさを確認するようにしましょう。

### 4. 証明のしくみをつかむための発問を工夫しましょう。

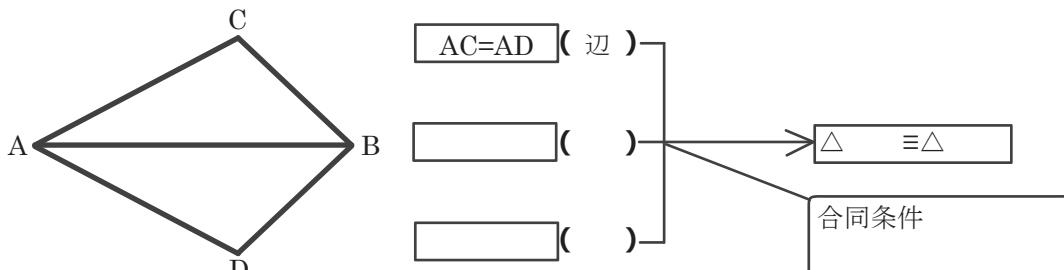
「三角形の合同を導くために他に何がわかれればよいですか?」、「この辺とこの2つの角からすると、どの三角形の合同条件が使えそうですか?」等、証明のしくみをつかむための発問を準備しておきましょう。

## 1. 主眼

$\triangle ABC \cong \triangle BAD$ であることを導くオープンな場面で、辺や角の対応が合っているかに着目し、フローチャートに三角形の合同条件に当てはまる等しい辺や角を入れることを通して、記号による表記の基本的な技能を身に付けるとともに、前提から結論へ／結論から前提へ双方向に考えながら、三角形の合同を示す証明のしくみを理解することができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>\triangle ABC</math>と<math>\triangle BAD</math>を合同にするには、辺や角についてどこどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。</p> <p>AB=BA ( )</p> <p>( ) ( ) <math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math></p> <p>( ) ( ) 合同条件</p>	<p>10分</p>	
個人追究	<p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・前時と違って、三角形がくっついている。</li> <li>・どうして<math>AB=AB</math>じゃないのかな。</li> <li>・前時のように三角形の合同条件に当てはまるような辺や角を入れればできる。</li> <li>・図の中に等しい記号をつけていくとわかりやすくなるぞ。</li> </ul> <p>【学習課題】 AB=BAの理由を考えながら、合同条件に当てはまる辺や角を入れ、<math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math>を示そう。</p> <p>②自分でフローチャートをつくる。</p> <p>AB=BA (辺) →</p> <p><math>\angle CAB = \angle DBA</math> (端の角) → <math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math></p> <p><math>\angle CBA = \angle DAB</math> (端の角) →</p> <p>合同条件 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき</p> <p>・図の三角形の中に、等しくなる印をつけるとあと何をいえばよいかわかりやすいなあ。</p>	<p>◇ 結論「<math>\triangle ABC \cong \triangle BAD</math>」を示すために何がわかれればよいかと問いかける。</p> <p>◇ 「AB=BA」とかく理由を考えるように促し、三角形の合同条件に当てはめればよいことを確認し、学習課題を設定する。</p> <p>16分</p>	

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなでフローチャートを手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・頂点が重なるから<math>AB=BA</math>となるんだ。共通な辺というんだな。</li> <li>・<math>AC=AD</math>, <math>BC=BD</math>もよいような気がする。</li> <li>・<math>\triangle ABC \equiv \triangle BAD</math>だから<math>AC</math>と対応する辺は<math>AD</math>ではなく<math>BD</math>なのでおかしい。</li> <li>・<math>\angle CAB=\angle DBA</math>（端の角）などと（ ）の中に書いたり、図の等しい部分に記号をつけたりすると、どの三角形の合同条件を使えばよいかわかりやすくなるぞ。</li> </ul>	<p>◇ <math>\triangle ABC</math>と<math>\triangle BAD</math>で頂点Aに対応するのは頂点Bなので、<math>AB=BA</math>となることを確認し、このような辺を“共通な辺”ということを伝える。</p> <p>◇ <math>AC=AD</math>, <math>BC=BD</math>とした生徒がいた場合には発表を促し、全体でどう思うか考える。その後、フローチャートの<math>\triangle ABC \equiv \triangle BAD</math>の部分が、<math>\triangle ABC \equiv \triangle ABD</math>になってしまふことを確認する。</p> <p>◇ 第1時と同様に、（ ）の中に“端の角”などと書いたり、図の中に等しい記号をつけたりすると、適切な三角形の合同条件を見いだしやすくなることを確認する。</p>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AC=AD</math>である。このとき、<math>\triangle ACB</math>と<math>\triangle ADB</math>を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。</p>  <p>・さっきの問題と同じように考えていけば、よさそうだ。</p> <p>・<math>\triangle ACB \equiv \triangle ADB</math>は、いろいろな方法でいえるぞ。</p> <p>・今度は重なっている辺が<math>AB=AB</math>になるよね。</p>	<p>◇ 本時の類題を提示し、フローチャートに適当に辺や角を当てはめて、三角形の合同をいうように問いかける。</p> <p>◇ 最初の条件を<math>AC=AD</math>に変えると、対応する三角形の組が変わり、それに伴ってフローチャートも変わってくることを確認する。</p>	10分

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

システムで試してみよう！



授業 | 標準

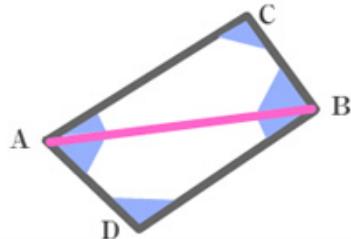
## Let's フローチャート シンキング

Lesson II-2

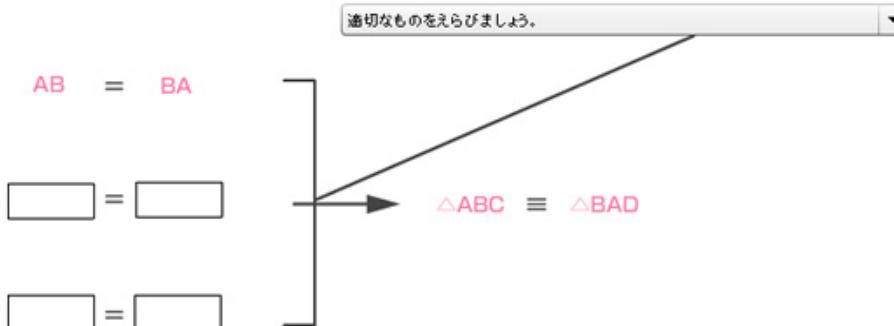
右の図で  $AB=BA$  のとき、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BAD$  が合同であることを示します。  
他にどことどこが等しくなれば、 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$  を示すことができます

か。また、そのとき使う合同条件は何ですか。

フローチャートを完成させてみよう。



Opt



答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

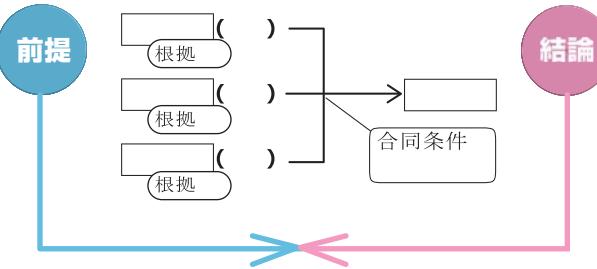
Go!



アドビバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロード  
してください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

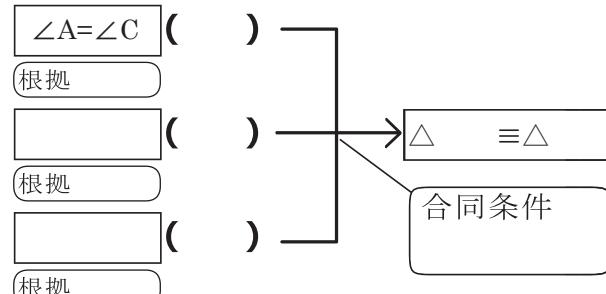
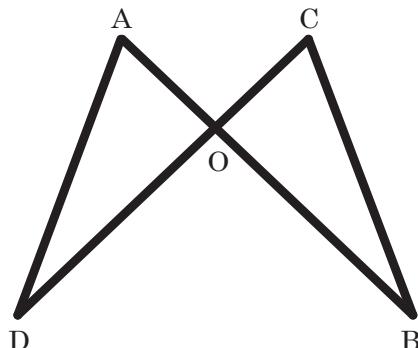
## ねらい

三角形の合同を導くオープンな場面で、三角形の合同条件を使うために必要な性質や関係を定める際、対応する辺や角が等しくなる根拠は何かに着目し、辺や角の等しい関係を入れてフローチャートを完成することを通して、主に結論から前提へ考えながら、三角形の合同を示す証明のしくみをつかみ、仮定や結論の意味を理解することができる。



## 学習問題

下の図で、 $\angle A = \angle C$  である。このとき、 $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。



## POINT! オープンな場面で考える

問題ではじめに与えられている性質・関係が「仮定」であり、最後に導かれる性質や関係が「結論」であることを理解し、両者を区別することができる。

\* : オープンな場面設定で証明を構成する場合、結論を導くために必要な性質や関係を生徒自らが定めることになります。こうした性質や関係は目的のために仮に定めた事柄であり、本来の意味で「仮定」と呼ぶことができます。しかし、問題で与えられた事柄を「仮定」と従来呼んできたことからすると、生徒が自ら定めた事柄をこれまでと同様に「仮定」と呼ぶのは難しいかもしれません。そのため、本時の指導では根拠の欄に「自分で決めた」、「問題文より」等と書いて従来の「仮定」と区別できるようにしておくとよいでしょう。

## POINT! 角や辺が等しくなる根拠を表現する

三角形の合同条件に加えて、問題で与えられていることや、三角形の合同を導くために自分で定めたこと等の根拠が何であるかを考え、フローチャートの「根拠」の欄に、「仮定」や「対頂角は等しい」等と自分なりの根拠を書く。

## 学習活動の展開（展開）

目次

第1時

第2時

第3時

第4時

第5時

第6時

第7時

第8時

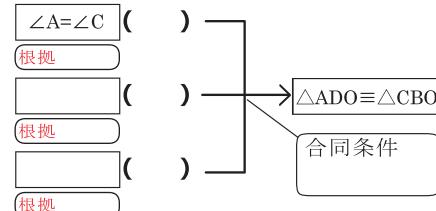
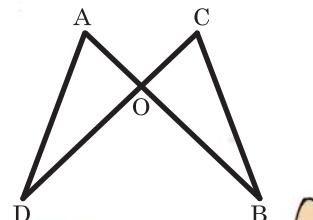
第9時

ワークシート

## A 問題をつかむ

【学習問題】 $\angle A = \angle C$  である。このとき、 $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  を合同にするには、他の辺や角についてどこどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。

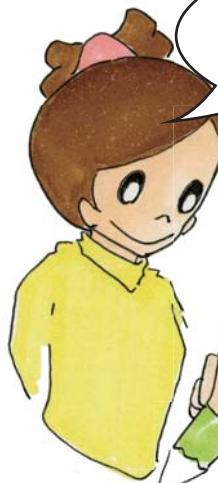
$\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  を合同にするには、  
 $\angle A = \angle C$  以外に何がわかれればよいでしょうか。



新しく根拠という欄ができたけど、何を書けばよいのかな？

根拠って理由のことかな？

そうですね。  
 根拠は等しくなる理由を書くところです。  
 $AO=CO$  のように、自分で決めたものについては、  
 根拠の欄を空欄にするか、「自分で決めた」と  
 書いておきましょう。



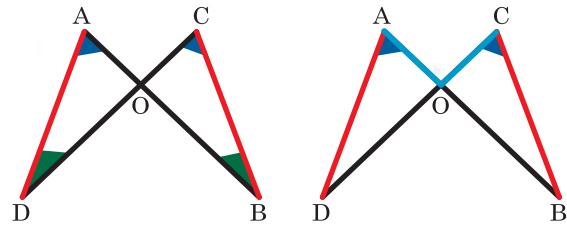
今までと同じように、  
 空欄に、  
 三角形の合同条件に  
 当てはまる辺や角や  
 根拠を入れていけば  
 いいんだな。



## B 自分でフローチャートをつくってみる



選んだ辺や角で、 $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  との合同がいえるのか、根拠は何かよく考えてみましょう。



$\angle AOD = \angle COD$  の根拠は  
対頂角は等しいでいいのかなあ。



今までと同じように、別の合同条件でもできそうだよ。

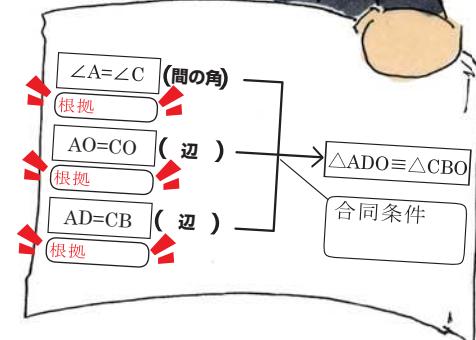
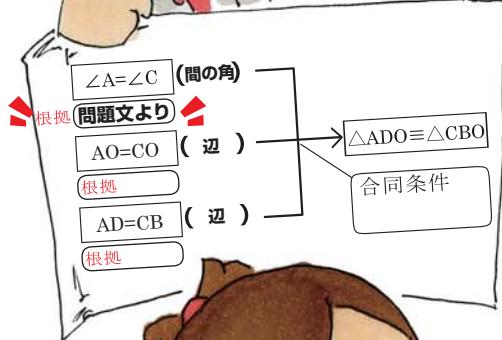


これなら  $\triangle ADO \equiv \triangle CBO$  がいえそうですね。  
まだ、他のやり方もできないでしょうか。

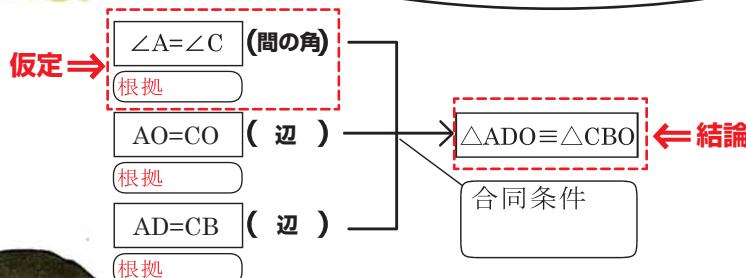
## C みんなでフローチャートを手直しする

AO=CO, AD=CB としてもできるけど、根拠がすべて空欄になるよ。

わたしは  $\angle A = \angle C$  は  
「問題文より」と根拠に入れたわ。



$\angle A = \angle C$  のように問題文に与えられてわかっていることを仮定、 $\triangle ADO \equiv \triangle CBO$  のように最後に導こうとしていることを結論といいます。

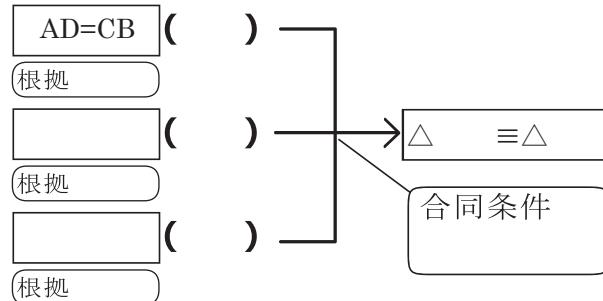
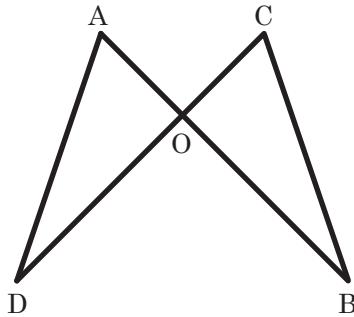


$\angle A = \angle C$  のように問題文に書かれて  
いるものを仮定といい、最後に説明  
することを結論といふんだあ～。

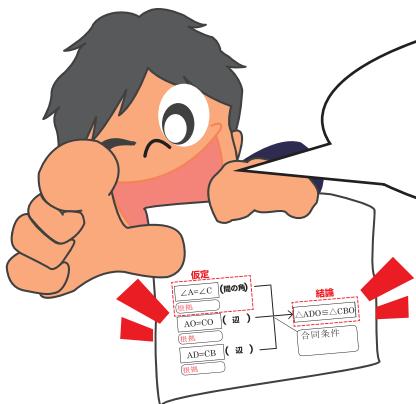
等しくなる根拠は、「仮定」か、「対頂角は  
等しい」のように図からわかることなのか、  
考えて書くんだな。

## D 別の問題でフローチャートをつくってみる

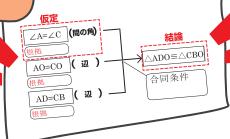
下の図で、 $AD=CB$  である。このとき、 $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。



今度はどうかな？



さっきの問題と同じように考えていけば、よさそうだ。  
今度は  $AD=CB$  が仮定で、 $\triangle ADO \equiv \triangle CBO$  が結論になるな。  
いろいろな方法でいえるぞ。



## 学習指導のポイント

### 1. 等しくなる根拠は何かを考えてみるように促しましょう。

「 $\angle A = \angle C$ 」のように問題文に書いてあるものについて、根拠の欄に何と書いた?」と生徒を促してみましょう。そして共同追究の場面で根拠の欄が不十分なフローチャートの解答を取り上げ、「問題文より」を「仮定」と直したり、「 $\angle AOD = \angle COB$ 」のように図からわかるこの根拠には「対頂角」ではなく、「対頂角は等しい」と主部と述部を明らかにして書くように指示したりする等、根拠の書き方を確認するようにしましょう。根拠を明確に表現する習慣をつけておくことは、フローチャートから証明をつくるときに役立ちます。

### 2. 対応の順序に従って表現するよさを確認しましょう。

【みんなでフローチャートを手直しする】場面で、辺や角が等しいことを対応する順序で書くことについて取り上げ、例えば「 $\angle O = \angle O$ 」と書くのではなく、三角形の対応する頂点の順番に従って $\angle AOD = \angle COB$ と書くと、 $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ の頂点Aに頂点Cが対応し、頂点Dに頂点Bが対応していることが、はっきりして証明がわかりやすくなります。」等、対応の順序に従って表現するよさを確認するようにしましょう。

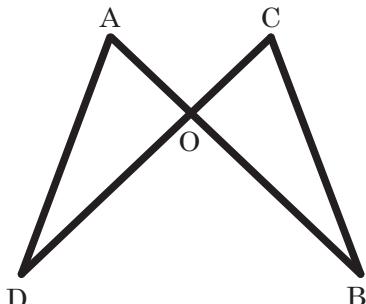
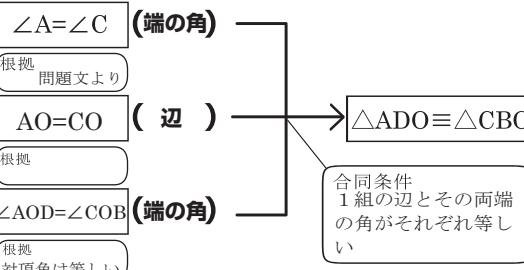
### 3. 証明のしくみをつかむための発問を工夫しましょう。

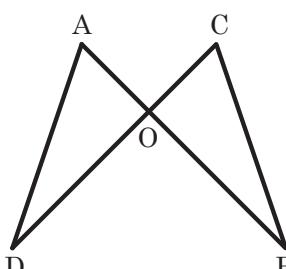
「三角形の合同を導くために他に何がわかれればよいですか?」、「この辺とこの2つの角からすると、どの三角形の合同条件が使えそうですか?」等、証明のしくみをつかむための発問を準備しておきましょう。

## 1. 主眼

$\triangle ADO \cong \triangle CBO$ を導くオープンな場面で、対応する辺や角が等しくなる根拠は何かに着目し、三角形の合同条件に当てはまる等しい辺・角やその根拠をフローチャートに入れることを通して、前提から結論へ／結論から前提へ双方向に考えながら、三角形の合同を示す仮定や結論の意味を理解することができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>\angle A = \angle C</math>である。このとき、<math>\triangle ADO</math>と<math>\triangle CBO</math>を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。</p>  <p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>新しく根拠って欄が加わった。何かなあ。</li> <li>根拠って、理由のことかな。</li> <li><math>\angle A = \angle C</math>は問題文からわかるな。</li> <li>自分で決めた辺や角は、根拠の欄を空欄にしたり、「自分で決めた」と書いたりすればいいんだな。</li> <li>前のように三角形の合同条件に当てはまる辺や角と根拠を入れていけばできる。</li> </ul> <p>【学習課題】 等しくなる根拠は何かを考え、合同条件に当てはまる辺や角を入れ<math>\triangle ADO \cong \triangle CBO</math>を示そう。</p> <p>②自分でフローチャートをつくる。</p> 	<p><math>\angle A = \angle C</math> ( ) 根拠 根拠 根拠</p> <p><math>\triangle ADO \cong \triangle CBO</math></p> <p>合同条件</p>	12分
個人追究		<p>◇ 「<math>\triangle ADO \cong \triangle CBO</math>」を示すために何がわかれればよいのかと問いかける。</p> <p>◇ 根拠とは何かと問いかけ、対頂角は等しいなどの理由であることを確認する。</p> <p>◇ <math>\angle A = \angle C</math>はどうしてわかるのかと問う。</p> <p>◇ <math>AO = CO</math>のように自分で決めた条件の場合「根拠」の欄を空欄としたり「自分で決めた」と書いたりすることを確認する。</p> <p>◇ 三角形の合同条件をもとに考えていけばよいことを確認し、学習課題を設定する。</p>	13分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間	
共同追究	<p>③みんなでフローチャートを手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\angle A = \angle C</math>, <math>AO = CO</math>, <math>AD = CB</math> としてもできるけど根拠がすべて空欄になる。</li> <li>• 私は <math>\angle A = \angle C</math> は「問題文より」と根拠の欄に入れた。</li> <li>• <math>\angle A = \angle C</math> には「問題文より」と根拠の欄に書いたけど、これからは「仮定より」と書けばよい。</li> <li>• <math>\angle AOD = \angle COB</math> のように図から自分で見つけたものは、仮定とはいわないんだ。</li> <li>• <math>AD \parallel CB</math> すると、錯角が等しいという根拠が入るな。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ <math>\angle A = \angle C</math> のように問題文に書いてある条件は、なんと書いたか全体に問いかける。</li> <li>◇ <math>\angle A = \angle C</math> のように問題文で与えられていることを「仮定」、<math>\triangle ADO \equiv \triangle CBO</math> のように最後に導こうとしていることを「結論」ということを確認する。</li> <li>◇ 対頂角は等しいのよう、図から自分で見つけたことは仮定ではないことを確認する。</li> <li>◇ <math>AD \parallel CB</math> で考えた生徒がいたら紹介し、フローチャートのどこを直せばいいか考えるよう促す。</li> </ul>	15分	
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AD = CB</math> である。このとき、<math>\triangle ADO</math> と <math>\triangle CBO</math> を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。</p>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <div style="flex: 1;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">AD=CB ( )</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">根拠</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">( )</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">根拠</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">( )</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">根拠</div> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">( )</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">△ ≡ △</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">合同条件</div> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• さっきの問題と同じように考えていけば、よさそうだ。</li> <li>• 今度は <math>AD = CB</math> が仮定で、<math>\triangle ADO \equiv \triangle CBO</math> が結論になる。いろいろな方法でいえるぞ。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 本時の類題を提示し、フローチャートに適切な辺・角や根拠を入れて、三角形が合同になる筋道を説明するように問いかける。</li> <li>◇ この問題の場合、仮定と結論は何になるかを確認する。</li> <li>◇ <math>AD = CB</math>, 対頂角 <math>\angle AOD = \angle COB</math>, <math>\angle A = \angle C</math>, から合同を導いた場合は、三角形の内角の和が <math>180^\circ</math> から、<math>\angle D = \angle B</math> となり、合同条件が使えることを紹介する。</li> <li>◇ 仮定を変えると、フローチャートが変わることを確認する。</li> </ul>	10分

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

システムで試してみよう！



授業 | 標準

## Let's フローチャート シンキング

Lesson II-3

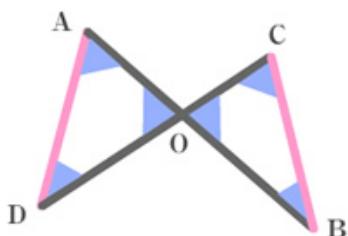
右の図で  $AD=CB$  のとき、 $\triangle ADO \cong \triangle CBO$  が合同であることを示します。  
他にどことどこが等しくなれば、 $\triangle ADO \cong \triangle CBO$  を示すことができますか。

また、そのとき使う合同条件は何ですか。

フローチャートを完成させてみよう。



Opt



適切なものをえらびましょう。

$$AD = CB$$

$$\boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\triangle ADO \cong \triangle CBO$$

答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

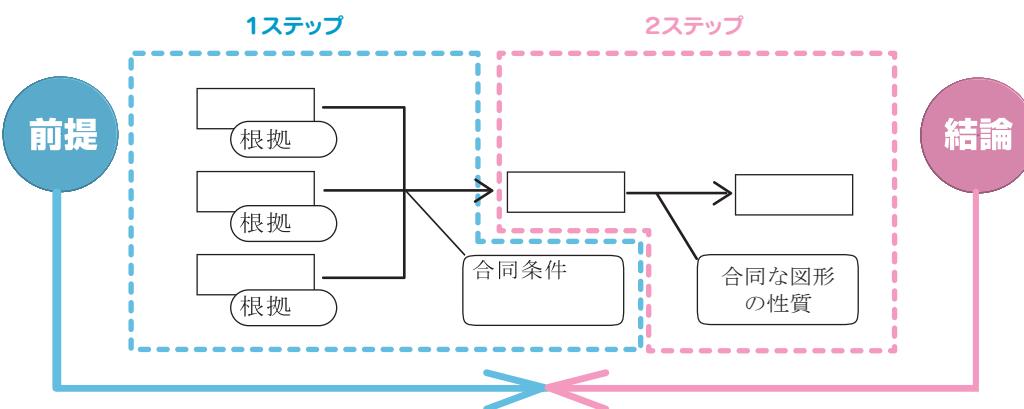
Go!



アドビバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロードしてください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

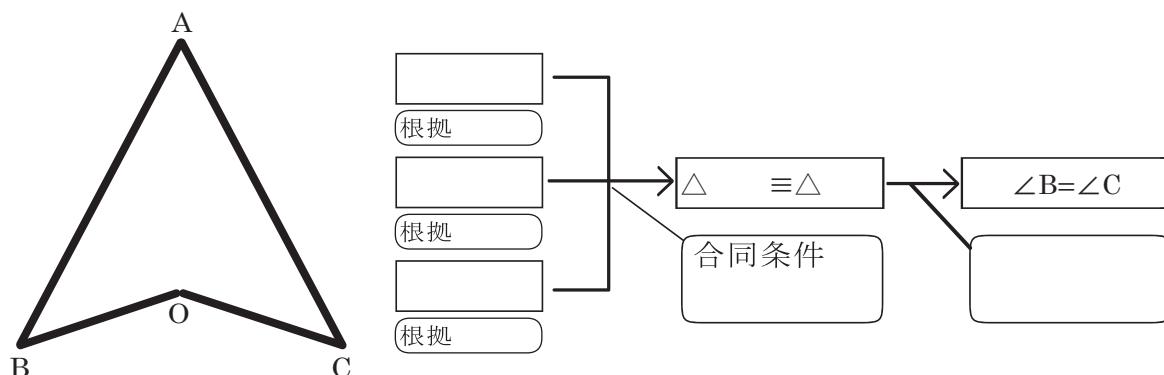
## ねらい

合同を示し、辺や角が等しいことを導くオープンな場面で、角が等しいこと（結論）を導くためには合同な図形の性質と三角形の合同条件を使えばよいことに着目し、補助線を引き二つの三角形をつくり、フローチャートに必要な等しい辺・角及びこれらの根拠などを入れることを通して、前提から結論へ／結論から前提へ双方向から考えながら、対応する角の大きさが等しいことを示す証明の筋道をつくることができる。



## 学習問題

下の図で、三角形の合同を使って、 $\angle B = \angle C$ を導くために、何がわかれればよいですか。



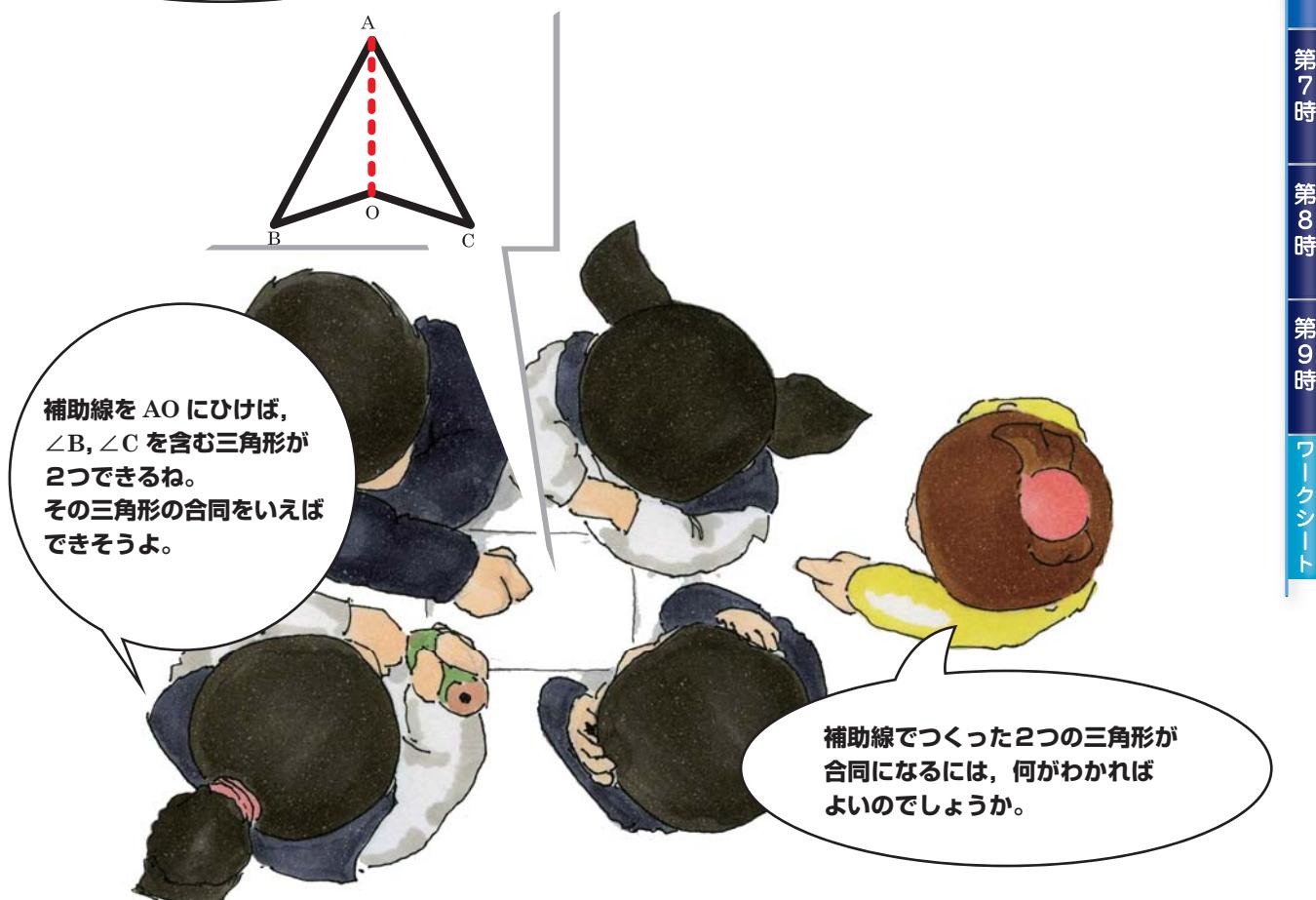
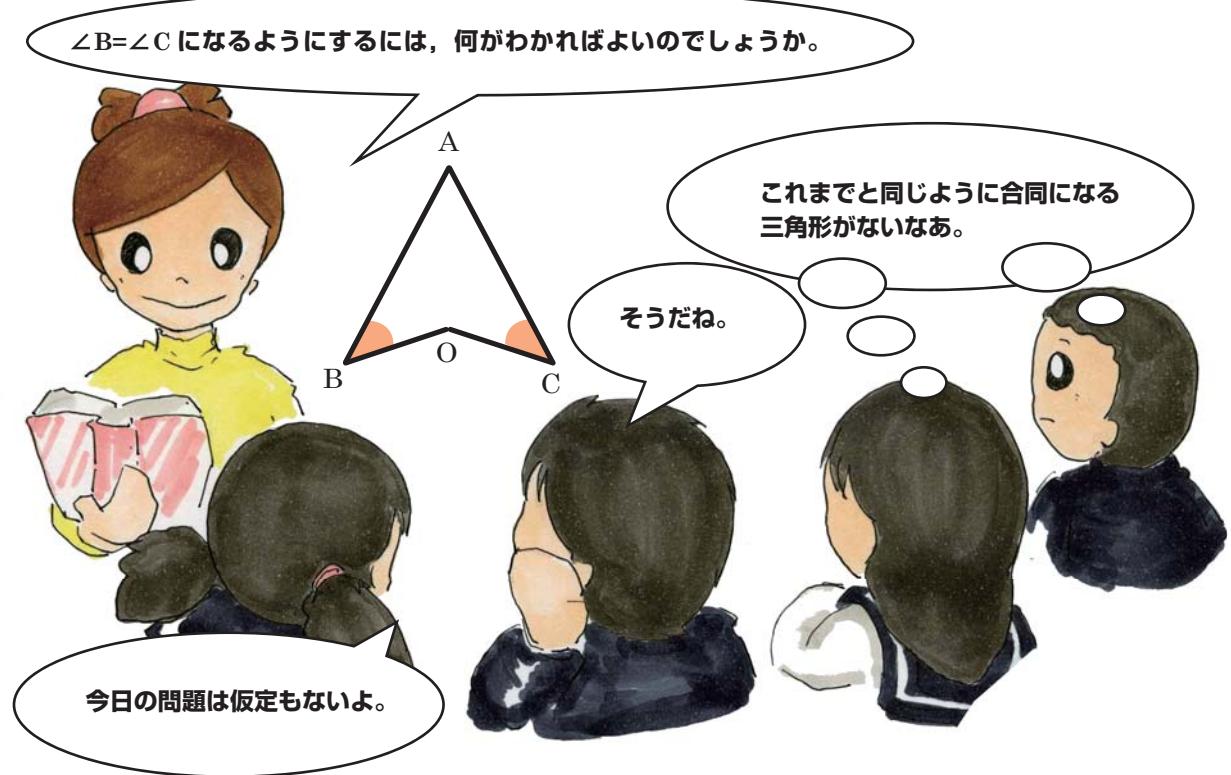
## POINT! オープンな場面で2ステップのフローチャートをつくる

結論「 $\angle B = \angle C$ 」を導くために必要な三角形の合同とその根拠（合同な図形の性質）を定めるとともに、三角形の合同を導くために必要な辺や角の関係とその根拠（三角形の合同条件等）を定め、可能な限り複数のフローチャートをつくることができる。

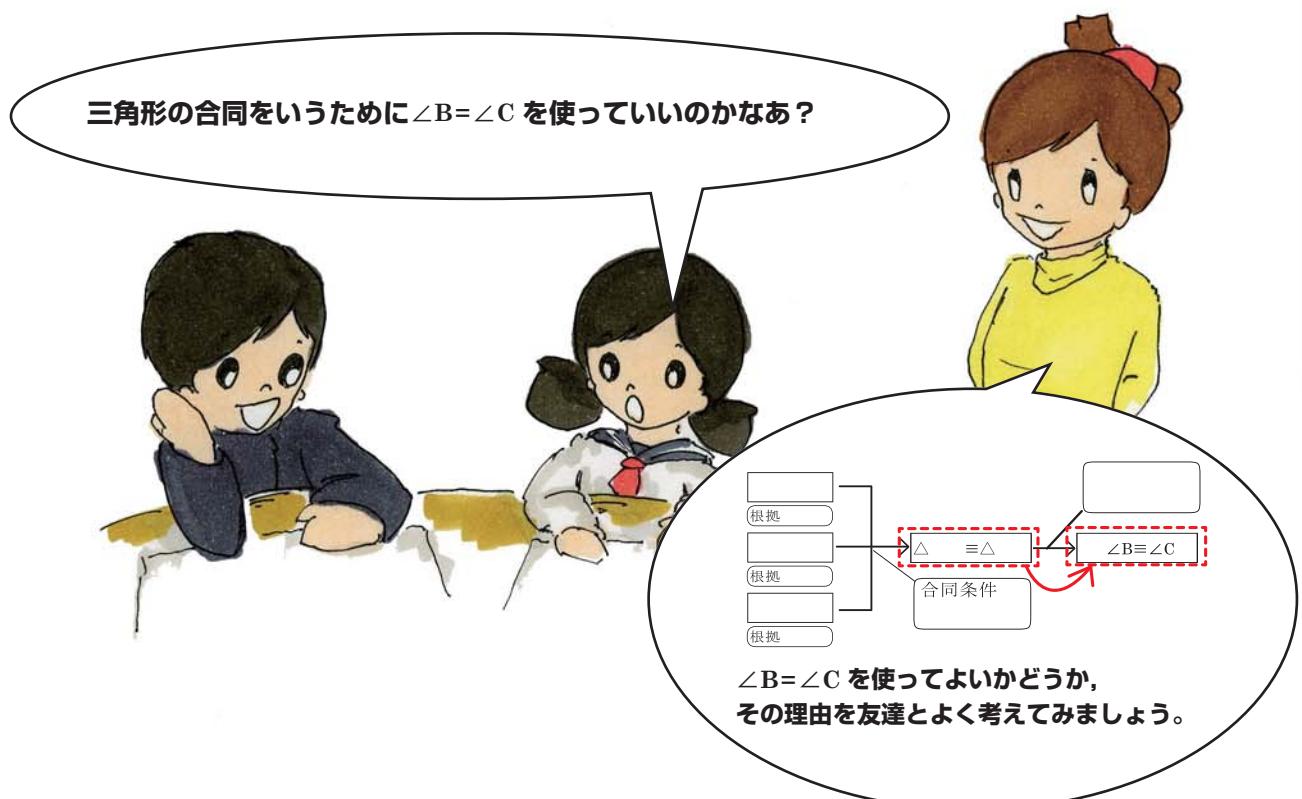
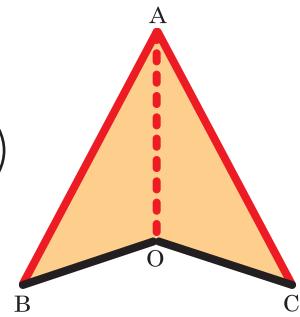
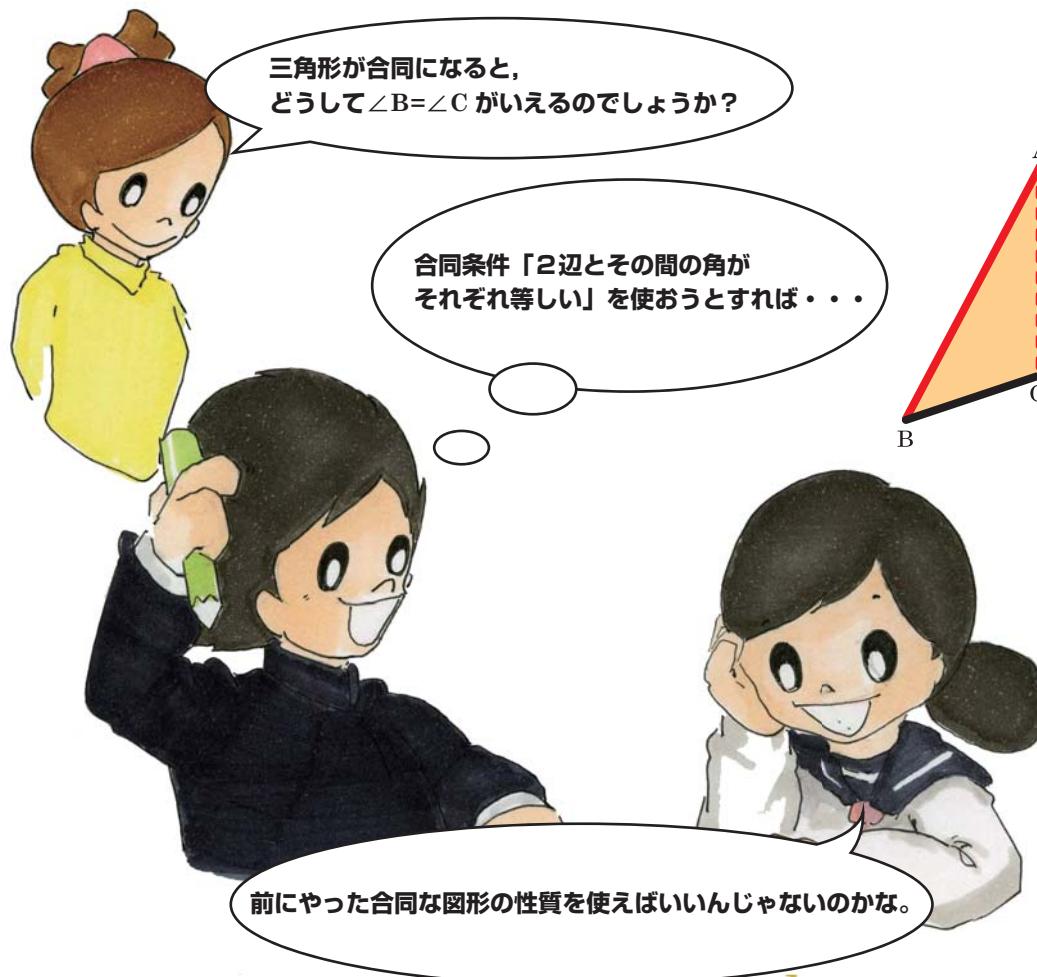
## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

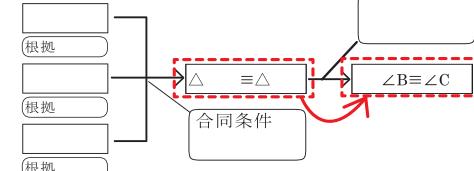
【学習問題】三角形の合同を使って、 $\angle B = \angle C$  を導くために、何がわかれればよいですか。



## B 自分でフローチャートをつくってみる



∠B=∠Cを使ってよいかどうか、  
その理由を友達とよく考えてみましょう。

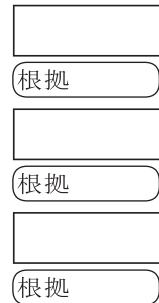
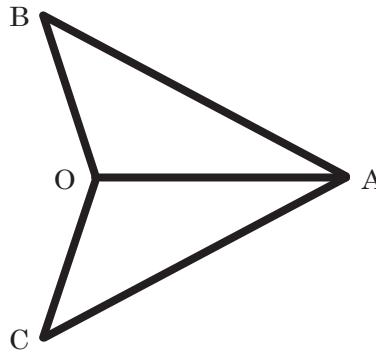


## C みんなでフローチャートを手直しする



## D 別の問題でフローチャートをつくってみる

下の図で、三角形の合同を使って、 $BO=CO$  を導くには、何がわかれればよいですか。



今度はどうかな？



三角形の合同までは、最初の問題と同じようにできそうだな。  
今度は、辺の長さが同じという合同な図形の性質が使えそう。



## 学習指導のポイント

### 1. いろいろなフローチャートを考えてみるように促しましょう。

オープンな場面設定にしてあるので、いろいろなフローチャートをつくり出すことができます。「他にもないかな?」といろいろなフローチャートを考えてみるように、生徒を促してみましょう。三角形の合同を示し、さらに辺や角が等しいことを示すという証明のしくみを次第につかむことができるようになっていきます。

### 2. 性質・関係や根拠を正しく表現するように促しましょう。

フローチャートをつくっていく際、対応の順序を守って「 $\angle ABO = \angle ACO$ 」のように辺や角が等しいことを書くことができているか、また、根拠の欄に「合同な図形の性質」と“ラベル”を書くのではなく、「合同な図形では、対応する辺や角がそれぞれ等しい」と合同な図形の性質の内容を丁寧に書くことができているかと生徒に問いかけ、生徒自身が自分のフローチャートを手直しする場面を設定するようにしましょう。そうすることによって、生徒自身が、フローチャートや証明に誤りがないかと振り返り、必要があれば手直しする習慣を身に付けていくことができるようになります。

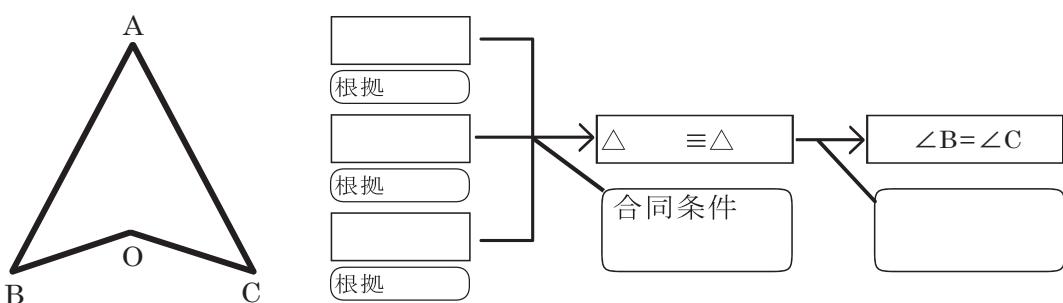
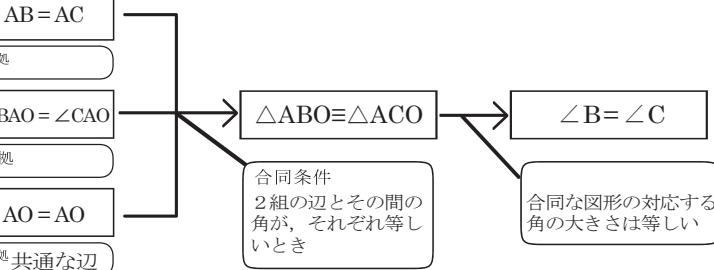
### 3. 結論を仮定や説明(証明)の途中に用いてはいけないことを確認しましょう。

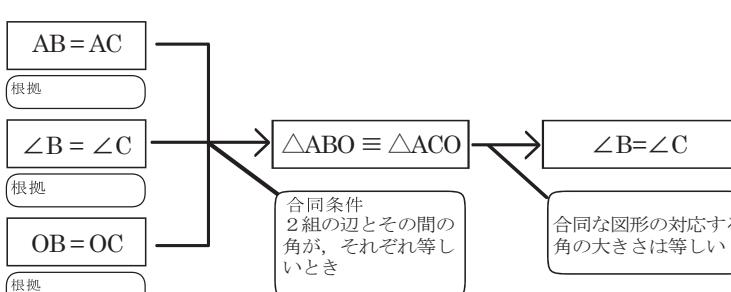
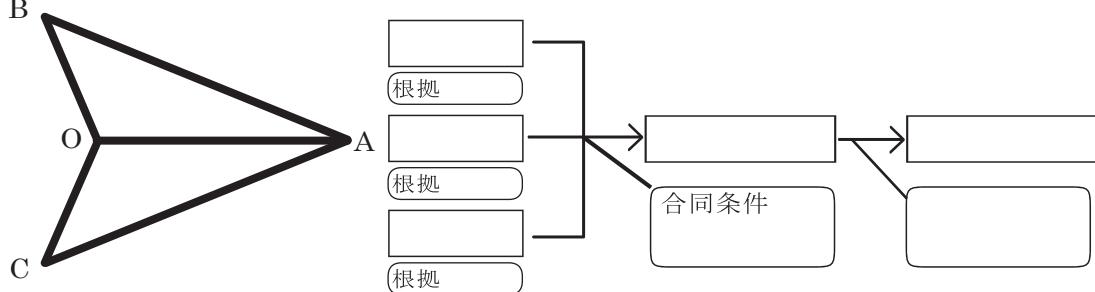
できるだけ多くのフローチャートをつくっていくと、そのなかに、結論「 $\angle B = \angle C$ 」を三角形の合同を導くために使うという循環論に陥るものが現れることがあります(生徒の解答になければ教師が提示してもよいでしょう)。循環論に陥ったフローチャートをもとに、結論を仮定や説明(証明)の途中に用いてよいかを話し合い、もし結論を「仮定として」説明(証明)の途中に用いてしまうと、前提から結論を導いたことにならないので説明(証明)とはいえなくなってしまうことを確認しましょう。

## 1. 主眼

$\angle B = \angle C$ を導くオーブンな場面で、 $\angle B = \angle C$ を導くためには合同な図形の性質と三角形の合同条件を使えばよいことに着目し、合同条件に当てはまる等しい辺・角やその根拠をフローチャートに入ることを通して、前提から結論へ／結論から前提へ双方向に考えながら、角の大きさが等しいことを示す証明の筋道をつくることができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、三角形の合同を使って、<math>\angle B = \angle C</math>を導くために、何がわかれればよいですか。</p> 	<p>【学習問題】下の図で、三角形の合同を使って、<math>\angle B = \angle C</math>を導くために、何がわかれればよいですか。</p> <p>△ ≡ △</p> <p>∠ B = ∠ C</p> <p>合同条件</p>	8分
個人追究	<p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 今回は合同をいっても終わりじゃない。</li> <li>・ 今回は（辺）などと書かなくてもいいんだな。</li> <li>・ 今回は仮定がないな。</li> <li>・ 補助線をAOに引けば合同になりそうな△ABOと△ACOができる。</li> <li>・ 三角形の合同がいえれば<math>\angle B = \angle C</math>もいえる。</li> </ul> <p>【学習課題】  <math>\triangle ABO</math>と<math>\triangle ACO</math>の合同を使って<math>\angle B = \angle C</math>を導こう。</p> <p>②自分でフローチャートをつくるみる。</p> 	<p>△ ≡ △</p> <p>∠ B = ∠ C</p> <p>合同条件</p> <p>合同な図形の対応する角の大きさは等しい</p> <p>AO = OAかAO = AOか迷っている生徒には、△ABOと△ACOでは、どの頂点とどの頂点が対応するのかと問いかける。</p>	15分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	 <p>③みんなでフローチャートを手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>結論「<math>\angle B = \angle C</math>」を導くために何がわからればいいんだろう。</li> <li><math>\angle B = \angle C</math>をいうために、その前の空欄には「合同な図形では対応する角の大きさが等しい」が入るのかな。</li> <li><math>\angle B = \angle C</math>は最後に導きたい結論だから、説明の途中に使うのはおかしい気がする。</li> <li><math>\angle B = \angle C</math>を説明に使うと、最初から結論<math>\angle B = \angle C</math>がわかつていることになり、説明する必要がなくなってしまう。</li> <li>導きたい結論を使って説明をしてはいけないんだな。</li> </ul> <p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、三角形の合同を使って、<math>BO=CO</math>を導くには、何がわかればよいですか。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 結論「<math>\angle B = \angle C</math>」を使ってよいか迷っている生徒には、近くの友と相談するように助言する。</li> <li>◇ フローチャートを紹介し、三角形の合同から合同な図形の性質と導いていくことを確認する。</li> <li>◇ <math>\angle B = \angle C</math>を説明の途中に使うやり方について意見交換を促し、結論は説明の途中に用いてはいけないことを確認する。</li> </ul>	17分
本時を振り返り類題を解く	<ul style="list-style-type: none"> <li>三角形の合同までは、最初の問題と同じようにできそうだな。今度は、辺の長さが同じという合同な図形の性質が使えそう。</li> <li>結論<math>BO=CO</math>を使ってはいけないんだな。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 本時の類題を提示し、今回はどの合同な図形の性質を使えばよいか考えるよう促す。</li> </ul>	10分

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

システムで試してみよう！



授業 | 標準

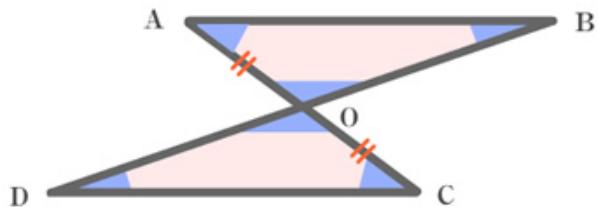
## Let's フローチャート シンキング

### Lesson III-1

右図で  $AO = CO$  のとき、三角形の合同を用いて  $AB = CD$  を示します。  
他に何がわかれれば、 $AB = CD$  を示すことができますか。また、そのとき  
に使う合同条件と合同な图形の性質はなんですか。フローチャートを完  
成させてみよう。

★★

Opt



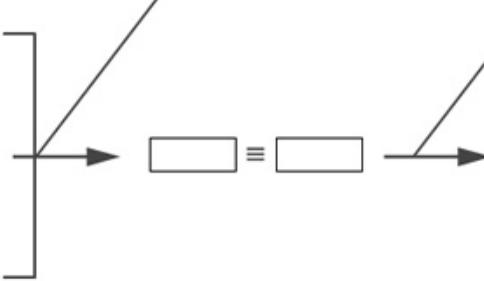
適切なものをえらびましょう。

適切なものをえらびましょう。

$$AO = CO$$

$$\boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$



$$AB = CD$$

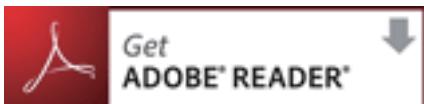
答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

Go!



アドビバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロード  
してください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

システムで試してみよう！



授業 | 標準

## Let's フローチャート シンキング

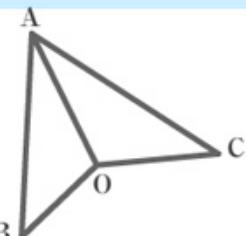
### Lesson III-2

右図で、三角形の合同を用いて  $\angle ABO = \angle ACO$  を示します。

他に何がわかれば、 $\angle ABO = \angle ACO$  を示すことができますか。また、

そのときに使う合同条件と合同な图形の性質はなんですか。

フローチャートを完成させてみよう。



Opt

適切なものをえらびましょう。

=

=

=

→  ≡  →  $\angle ABO = \angle ACO$

答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

Go!

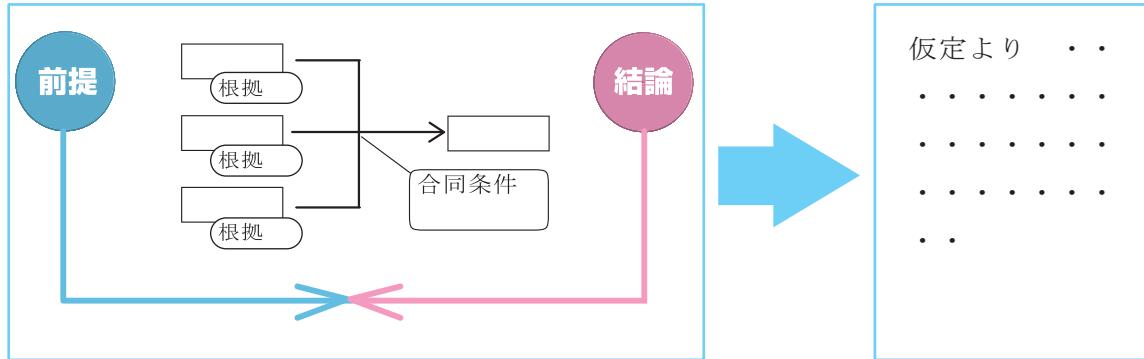


アドビバッティーラーの最新版の取得には下記 URL からダウンロード  
してください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

## ねらい

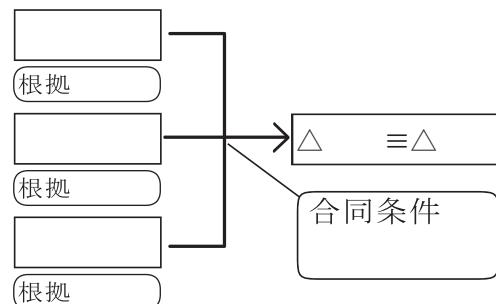
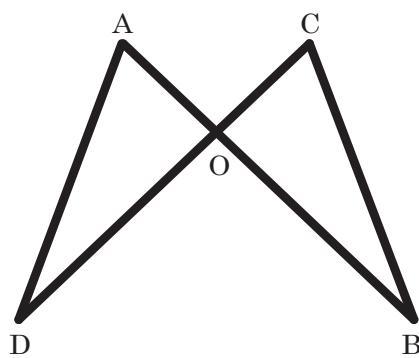
合同条件を用いて三角形の合同を導く場面で、前提と結論の間にどのような証明の筋道があるかをフローチャートで着目し、そのフローチャートを前提から結論にむけて文章で自分なりに書き直すことを通して、三角形の合同を示す証明をつくることができる。

## フローチャート



## 学習問題

下の図で、ABとCDが点Oで交わり、AO=CO、DO=BOである。このとき、 $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ が合同であることを説明しよう。



## POINT! フローチャートから証明のつくり方を理解する

フローチャートを手がかりとして証明を書くことができる。この際、フローチャートの各欄と根拠を「(根拠) なので、…である」という意味になるように、文章で自分なりに表現し、前提から結論にむけてそれぞれの文章を書き並べればよいことを理解する。

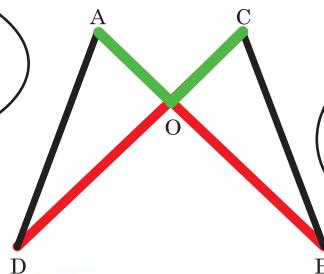
## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

【学習問題】ABとCDが点Oで交わり,  $AO=CO$ ,  $DO=BO$ である。このとき,  $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ が合同であることを説明しよう。

今日は、フローチャートをもとに、 $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ が合同になることを説明してみましょう。

前にやった問題とよく似ているな。  
でも、今回は  $AO=CO$ ,  $DO=BO$  と  
図からわかることだけを使うんだなあ。



仮定は  $AO=CO$ ,  $DO=BO$  だ！

今までのように、最初にフローチャートを  
つくってから、それをもとに説明を考えて  
いけばいいね。

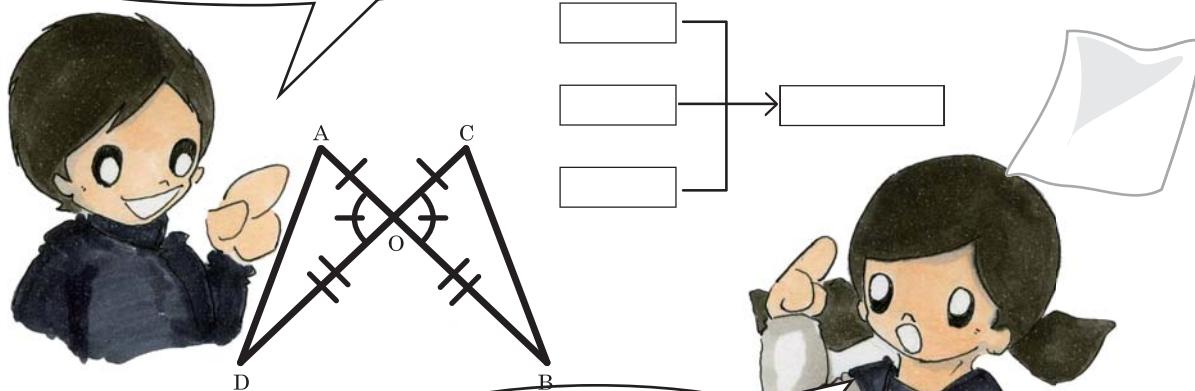
今までのようにフローチャートをつくってから、  
それをもとに $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ が合同になること  
を自分なりの言葉で説明してみましょう。

## B 自分でフローチャートを手がかりに説明をつくってみる

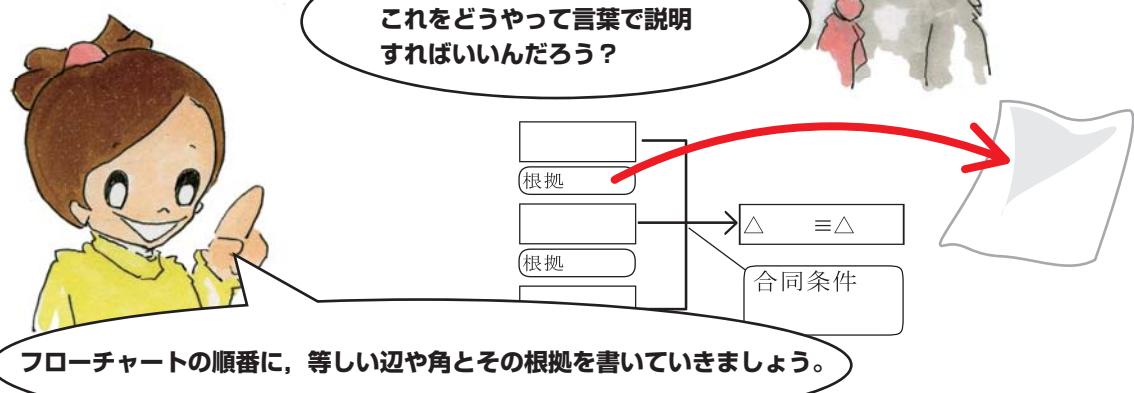
AO=CO, DO=BO は問題文に書いてあるから、仮定からいえるよ。 $\angle AOD$  と  $\angle COB$  は対頂角が等しいからいえそうだ。

問題文から明らかにいえることを「仮定」と言いましたよね。この三つの条件から三角形の合同条件は使えませんか？

2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいときが使えそうだな。これでフローチャートはできるな。



フローチャートをつくったら、これをどうやって言葉で説明すればいいんだろう？

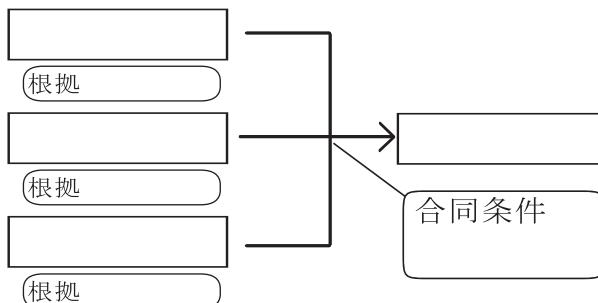
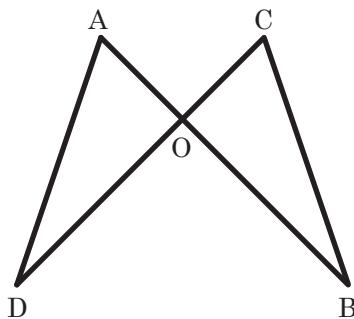


## C みんなで説明を手直しする



## D 別の問題で証明をつくってみる

下の図で、AB と CD が点 O で交わり  $AO=CO$ ,  $\angle DAO=\angle BCO$  である。このとき,  $\triangle ADO \cong \triangle CBO$  を証明しよう。



今度はどうかな？



さっきの証明と同じように考えて,  $\triangle ADO \cong \triangle CBO$  をいえばいいんだな。  
図は同じでも、今度は  $DO=BO$  じゃなくて,  $\angle DAO=\angle BCO$  を使うから  
合同条件が変わってくるな。

## 学習指導のポイント

### 1. 「証明とは何か」を学ぶ大切な授業です。

この授業で生徒は「証明」という言葉に数学の言葉としてはじめて出会います。証明は一般に既に認められたことに基づいて結論を筋道立てて導くことを意味します。特に、中学校の図形の学習における証明には、筋道だった導き方と証明の表し方に特徴があります。筋道だった導き方の特徴は、定理など証明の根拠に基づいて演繹的に推論するという点です。証明の表し方の特徴は、証明の根拠として用いた定理などを言葉で明確に表現するとともに、図形及びその性質・関係をその場面(図)に即した記号で正しく表現するという点です。授業では、フローチャートから証明に書きかえることを通して、証明の特徴を生徒が実感できるようにすることが大切です。

### 2. 第3時の学習と似た場面で証明のつくり方を学ぶことができます。

第3時とよく似た場面を設定することによりフローチャートが完成しやすくなります。これによって、生徒がフローチャートから証明をつくる学習に取り組みやすくなります。

### 3. フローチャートから証明をつくる方法に関する発問を工夫しましょう。

フローチャートから証明をつくるのは本時がはじめてですので、「フローチャートと見比べながら、順番に並べて書きましょう。」など、フローチャートから証明をつくる方法に関する発問を工夫しましょう。必要があれば、フローチャートのいくつかの欄を証明の文章に書きかえることを全体で取り上げ、生徒が書きかえ方を真似ることができるようにしていくのもよいでしょう。なお、この時点では、フローチャートにはない「△ADOと△CBOで」という文章で証明に用いる三角形がわかりやすくなるように書き始めることや、角や辺などを記号で正しく表現することに指導のポイントを置きましょう。この段階では「①, ②, ③」等の証明の書き方を強制する必要はありません。フローチャートと同じ意味であれば、証明がわかりやすくなるように自分なりに表現を工夫することが大切です。

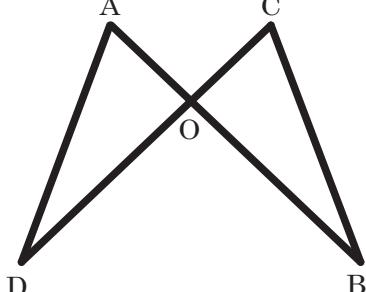
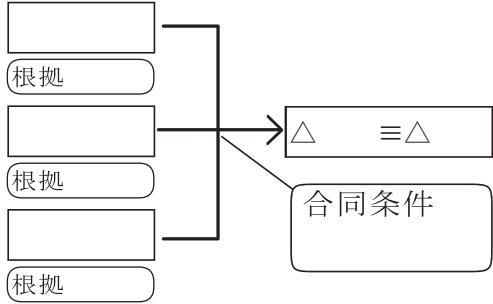
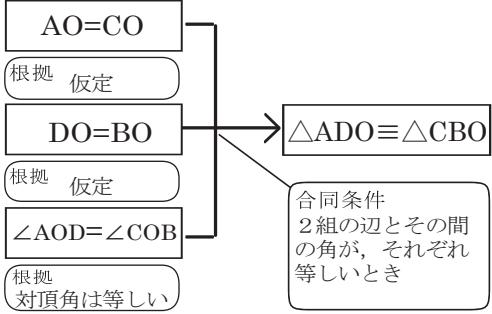
### 4. 証明が書き終わったら、フローチャートと見比べる時間をとりましょう。

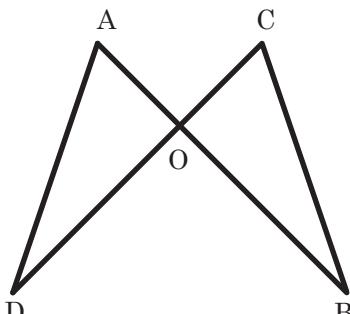
フローチャートから証明に書き直した時点では、証明が完全なものであるとは限りません。むしろ、それでよいのです。「書き終わったらフローチャートと証明を比べてみましょう」等と、不完全な証明をフローチャートと見比べるように促すようにすると、性質・関係や根拠の書き漏らしや、「よって」や「・・・ので」等の言い回しの不十分さに生徒が自ら気づくことができるようになります。証明を振り返り、よりよいものにしていく習慣を身に付けることが大切です。

## 1. 主眼

$\triangle ADO \equiv \triangle CBO$ を導く場面で、前提と結論の間にどのような説明の筋道があるかにフローチャートで着目し、そのフローチャートを前提から結論に向けて自分なりに書き直すことを通して、三角形の合同を示す証明をつくることができる。

## 2. 展開

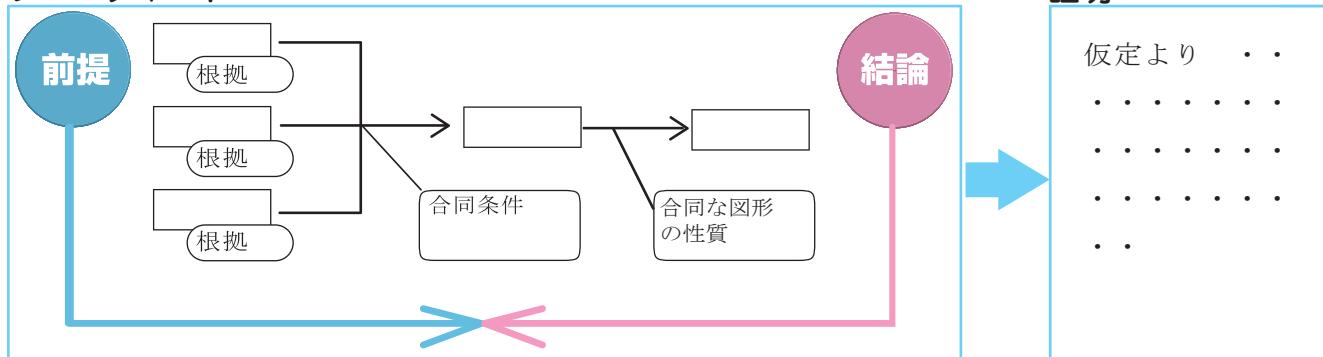
学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p><b>【学習問題】</b> 下の図で、ABとCDが点Oで交わり、AO=CO、DO=BOである。このとき、<math>\triangle ADO</math>と<math>\triangle CBO</math>が合同であることを説明しよう。</p>  <p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>前にやった問題と似ているが、でも今回は図からわかることだけを使うんだな。</li> <li>今回は仮定が2つもある。</li> <li>フローチャートをつくってから、それをもとに説明を書けばいいのかな。</li> </ul>		8分
個人追究	<p><b>【学習課題】</b> フローチャートをつくり、それをもとに、<math>\triangle ADO \equiv \triangle CBO</math>を説明しよう。</p> <p>②自分でフローチャートを手がかりに説明をつくる。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 学習問題の仮定と結論を確認する。</li> <li>◇ 結論「<math>\triangle ADO \equiv \triangle CBO</math>」を導くために、何がわかれればよいかと問いかける。</li> <li>◇ フローチャートをもとに説明をつくればよいことを確認し、学習課題を設定する。</li> </ul>	16分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなで説明を手直しする。</p> <p>問題文で<math>AO=CO</math>, <math>DO=BO</math>がわかっている。対頂角が等しいことがわかるから<math>\angle AOD=\angle BOC</math>がわかる。だから、三角形の合同条件のうち、「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいとき三角形は合同である」を使うと、<math>\triangle ADO\equiv\triangle CBO</math>になる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>「問題文で」じゃなくて、「仮定より」とした方がよい。</li> <li><math>\angle BOC</math>ではなく、対応の順序を守って、<math>\angle COB</math>と書いた方がよい。</li> <li>①②③とか、番号をうまく使って書いたら、もっと説明がわかりやすくなるんじゃないかな。</li> <li>最初に「<math>\triangle ADO</math>と<math>\triangle CBO</math>で」のように、どの三角形の合同をいうのか書くとわかりやすくなるんだ。</li> <li>こうやって仮定や図からわかることだけを使って説明していくことを証明というんだな。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>説明を書くためには、フローチャートの左から右にむかって、等しくなる辺や角とその根拠を書いて、合同条件を書いて、合同な三角形を書けばよいことを紹介する。</li> <li>友達の説明をもとに、フローチャートと説明を対応付けながら、三角形の合同の説明のやり方を振り返ってみるよう聞くように問いかける。</li> <li>この問題では問題文で与えられた仮定だけを使うので、合同条件「3辺がそれぞれ等しい」を使えないことを確認する。</li> <li>証明の書き出しで合同を示す2つの三角形をいうとよみやすくなることを助言する。</li> <li>こうしてできた説明を「証明」ということを伝える。</li> <li>ここでは、番号付けや対応の順序などの書き方よりも、フローチャートにある、証明の筋道として必要なことが全て書かれているかどうかに指導のポイントを置く。</li> </ul>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AB</math>と<math>CD</math>が点<math>O</math>で交わり <math>AO=CO</math>, <math>\angle DAO=\angle BCO</math> である。このとき、<math>\triangle ADO\equiv\triangle CBO</math> を証明しよう。</p>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <div style="flex: 1;"> <p>根拠</p> <p>根拠</p> <p>根拠</p> </div> <div style="flex: 1; text-align: center;"> <p>△ ≡ △</p> <p>合同条件</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>さっきの証明と同じように考えて、<math>\triangle ADO\equiv\triangle CBO</math>をいえばいいんだな。今度は仮定が違うから合同条件が変わってくるな。</li> </ul>	12分

## ねらい

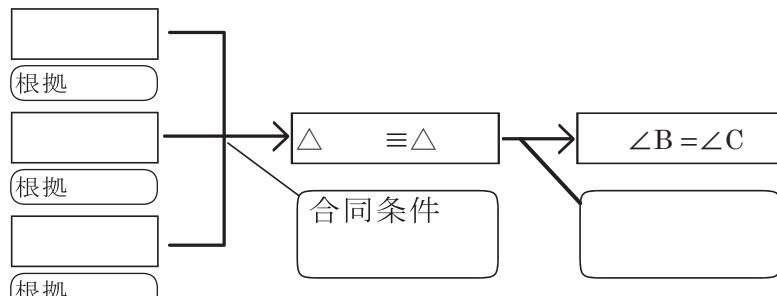
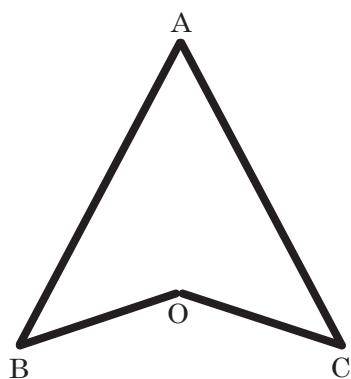
合同な図形の性質から結論を導く場面で、前提と結論の間がどのようにつながっているかフローチャートで着目し、そのフローチャートを前提から結論にむけて文章で自分なりに書き直すことを通して、対応する角の大きさが等しいことを示す証明をつくることができる。

## フローチャート



## 学習問題

下の図で、 $AB=AC$ 、 $BO=CO$ である。このとき、 $\angle B=\angle C$ を証明しよう。



## POINT! 2ステップのフローチャートから証明のつくり方を理解する

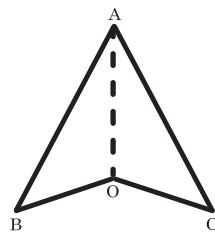
2ステップのフローチャートを手がかりとして証明を書くことができる。この際、フローチャートの各欄と根拠を「(根拠)なので、…である」という意味になるように、文章で自分なりに表現し、それぞれの文章を前提から結論にむけてステップ順にまとめて書き並べればよいことを理解する。

## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

【学習問題】 $AB=AC$ ,  $BO=CO$  である。このとき,  $\angle B=\angle C$  を証明しよう。

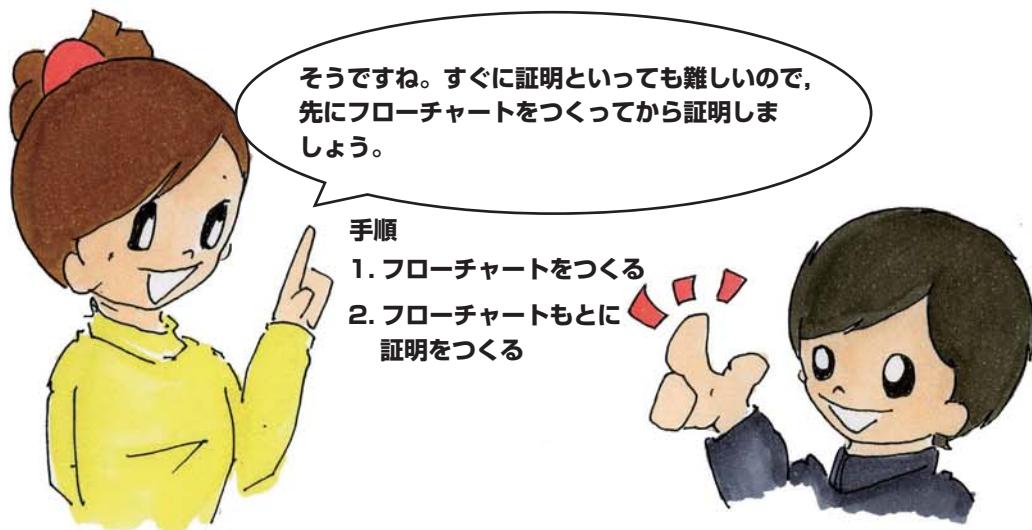
∠B=∠C を証明するには,  
どうすればよいのでしょうか。



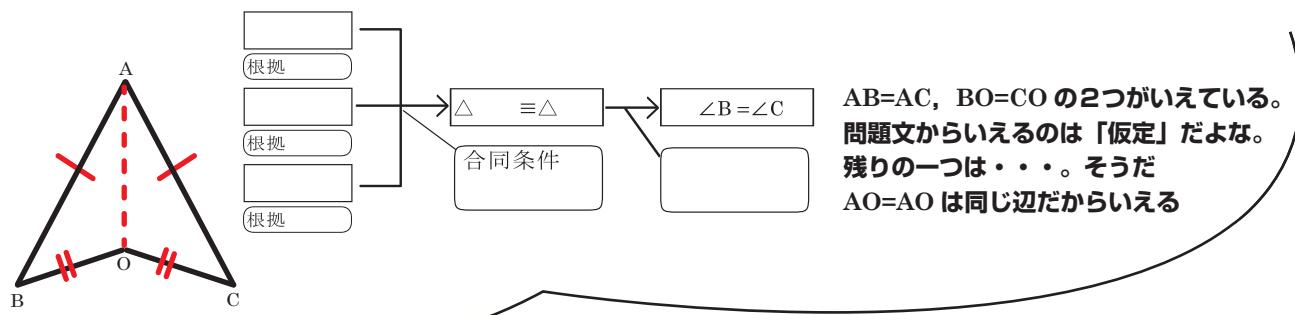
今回も前やった問題とよく似ているな。  
でも、今回は仮定がハッキリ決まっている。  
∠B や ∠C をどうやって証明すればいいのかな?  
まず補助線を引いて三角形をつくらないと・・・

AO に線を引けば  
△ABO と △ACO  
の2つの三角形ができるな。

△ABO ≡ △ACO から合同な図形の性質を  
使えばできそうだ。  
フローチャートは、今までと同じように  
つくれるね。



## B 自分でフローチャートを手がかりに証明をつくってみる



前と同じように、仮定より、とか理由を書いて、等しい辺や角を順番に書いていけばいいんだな。

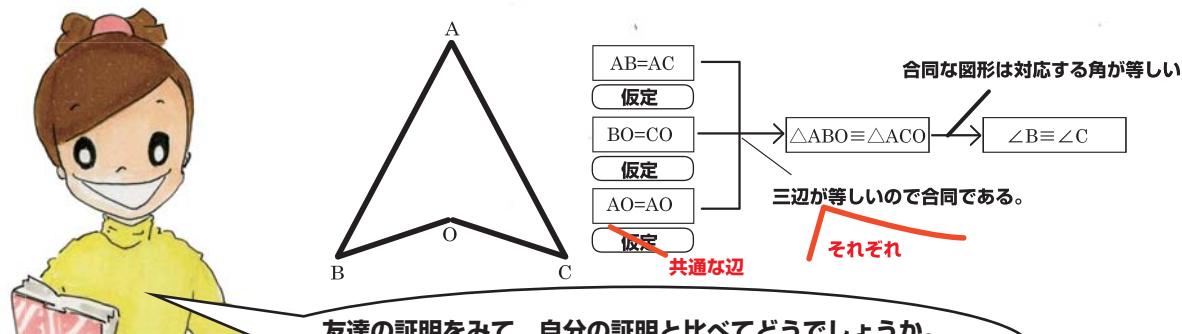
3つの条件がそろったら、合同条件を書いて、三角形の合同をいえばいいんですね。  
次はどうするかな？

三角形の合同がいえたら、前の時間と同じように合同な图形の性質から、対応する角の大きさは等しいので、 $\angle B = \angle C$  がいえる。

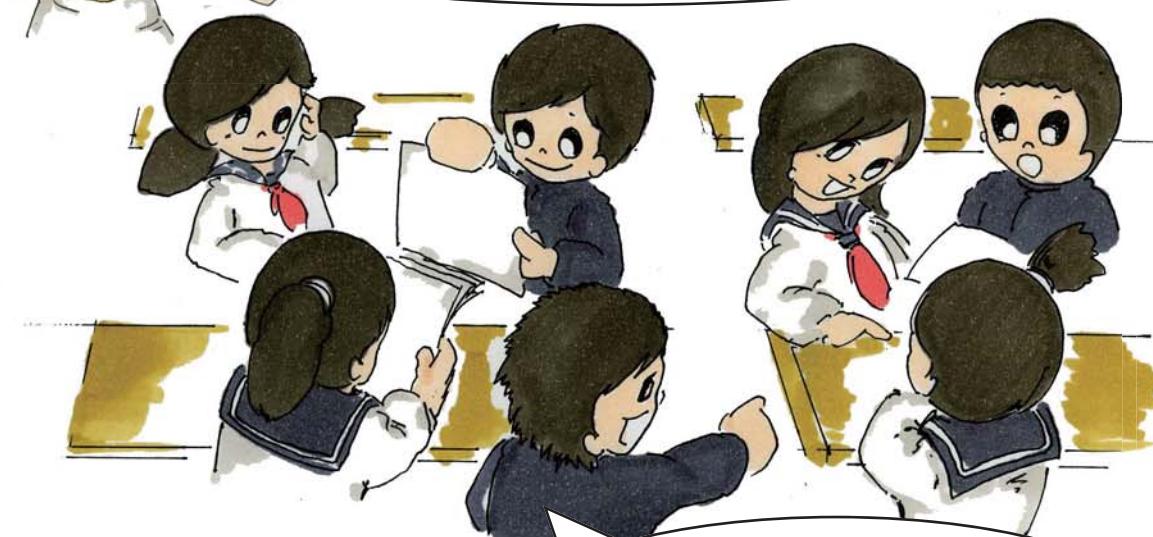


そうですね。  
フローチャートの時と同じように  
合同な图形の性質を使えば、よいですね。

## C みんなで証明を手直しする



友達の証明を見て、自分の証明と比べてどうでしょうか。  
何か付け加えた方がよい点などはありますか。



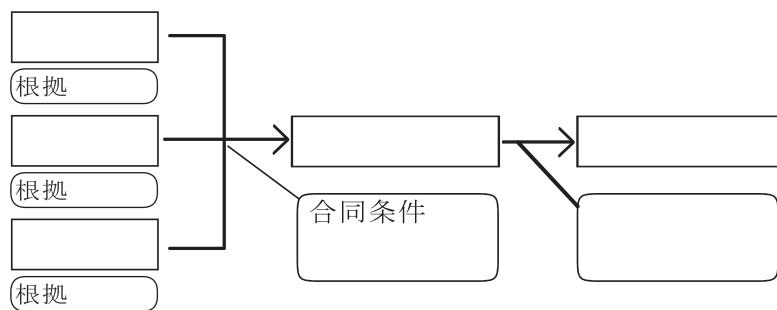
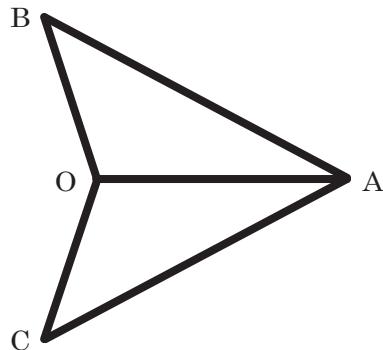
フローチャートと同じように、  
根拠と等しい辺や角を順番に書いていけばいいんだな。  
番号をつけていくとわかりやすいな。



証明は最初にどの三角形とどの三角形の合同をいうのか示してから、  
フローチャートで書いたものを順番に並べて書いていけばいいですね。  
番号をつけると、よりわかりやすくなりますね。

## D 別の問題で証明をつくってみる

下の図で、 $AB=AC$ ,  $\angle BAO = \angle CAO$  である。このとき、 $BO=CO$  を証明しよう。



今度は自分で証明できそうかな？



さっきの問題と同じようにフローチャートをつくるから、証明を書いてみよう。  
順番に並べて書いていけばいいんだな。

## 学習指導のポイント

### 1. 第4時の学習と似た場面で証明のつくり方を学ぶことができます。

第4時とよく似た場面を設定することによりフローチャートが完成しやすくなります。これによって、生徒がフローチャートから証明をつくる学習に取り組みやすくなります。

### 2. フローチャートから証明をつくる方法に関する発問を工夫しましょう。

フローチャートから証明をつくるのは本時が2回目ですので、「フローチャートと見比べながら、順番に並べて書きましょう。」など、フローチャートから証明をつくる方法に関する発問を工夫しましょう。必要があれば、フローチャートのいくつかの欄を証明の文章に書き直すことを全体で取り上げ、生徒が書き直し方を真似することができるようにしていくとよいでしょう。

なお、この時点では、角や辺などを記号で正しく表現することとともに、「①, ②, ③」等の証明の書き方を紹介してもよいでしょう。ただし、フローチャートと同じ意味であれば、わかりやすい表現を自分なりに工夫することが大切であることにかわりありません。

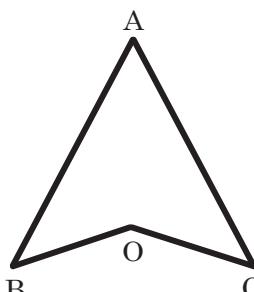
### 3. 証明が書き終わったら、フローチャートと見比べる時間をとりましょう。

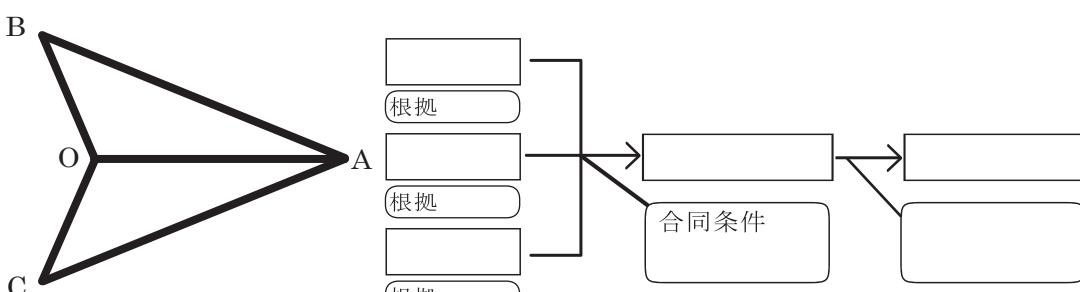
フローチャートから証明に書き直した時点では、証明が完全なものであるとは限りません。むしろ、それでよいのです。「書き終わったら、フローチャートに書いてあることが、証明に全部書いてあるか確認してみましょう。」や「証明の文章がうまくつながっていますか？」等と、不完全な証明をフローチャートと見比べるように促すようにすると、性質・関係や根拠の書き漏らしや、「よって」や「……ので」等の言い回しの不十分さに生徒が自ら気づくことができるようになります。証明を振り返り、よりよいものにしていく習慣を身に付けることが大切です。

## 1. 主眼

$\angle B = \angle C$ を導く場面で、前提と結論の間がどのようなつながっているかフローチャートで着目し、そのフローチャートを前提から結論にむけて文章で自分なりに書き直すことを通して、角の大きさが等しいことを示す証明をつくることができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>AB=AC</math>、<math>BO=CO</math>である。このとき、<math>\angle B = \angle C</math>を証明しよう。</p>  <p>根拠 根拠 根拠</p> <p>△ ≡ △</p> <p>合同条件</p> <p>∠B = ∠C</p>		8分
個人追究	<p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>前やった問題とよく似ている。でも、今度は証明するんだな。</li> <li><math>\triangle ABO \equiv \triangle ACO</math>から合同な図形の性質を使えばできそうだ。</li> <li>前の時間のように証明の前に、フローチャートをつくろう。</li> </ul> <p>【学習課題】  <math>\triangle ABO \equiv \triangle ACO</math>を導くフローチャートをつくり、それをもとに、<math>\angle B = \angle C</math>を証明しよう。</p> <p>AB = AC 根拠 仮定 BO = CO 根拠 仮定 AO = AO 根拠 共通な辺</p> <p>△ABO ≡ △ACO</p> <p>合同条件 3組の辺が、それぞれ等しいとき</p> <p>△ ≡ △</p> <p>合同な図形の対応する角の大きさは等しい</p> <p>∠B = ∠C</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 学習問題の仮定と結論を確認する。</li> <li>◇ 結論「<math>\angle B = \angle C</math>」を導くために、何がわからればよいかと問いかける。</li> <li>◇ <math>\triangle ABO \equiv \triangle ACO</math>から合同な図形の性質を用いればよいことを確認し、学習課題を設定する。</li> </ul>	15分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなで証明を手直しする。</p> <p>仮定より<math>AB=AC, BO=CO, AO=AO</math>だから、 3組の辺が、それぞれ等しいとき <math>\triangle ABO \cong \triangle ACO</math>、よって<math>\angle B=\angle C</math></p> <p>・「よって」ではなく、合同な図形の性質を「合同な図形の対応する角の大きさは等しい」と丁寧に書いた方が根拠がわかりやすくなる。 ・「<math>AO=AO</math>」の根拠として「共通な辺だから」と書いた方がよい。 ・どの三角形を使うのかがわかりやすくなるように、最初に「<math>\triangle ABO</math>と<math>\triangle ACO</math>で」のように合同を証明する2つの三角形のことを書いた方がいい。 ・仮定が<math>AB=AC, BO=CO</math>しかないから他の合同条件は使えないな。 ・A君のように証明に番号がついているとわかりやすいな。</p>	<p>◇ 証明における留意事項を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・証明の最初に合同を示す2つの三角形を書く。</li> <li>・辺や角が等しくなる根拠を書く。</li> <li>・合同条件を書いて三角形の合同をいう。</li> <li>・合同な図形の性質を書いて角が等しくなることをいう。</li> </ul> <p>◇ 他の合同条件でもできないか問いかける。</p> <p>◇ 証明に①②③などと番号をつけている証明があつたら紹介する。</p>	15分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AB=AC, \angle BAO=\angle CAO</math>である。このとき、<math>BO=CO</math>を証明しよう。</p>  <p>• さっきの問題と同じようにフローチャートをつくるから、証明を書いてみよう。順番に並べて書いていけばいいんだな。</p>	<p>◇ 先程の証明のつくり方を真似しながら、自分で証明をつくるように問いかける。</p> <p>◇ 証明ができた生徒には、フローチャートと証明を見比べながら証明を振り返り、留意事項を確認するように促す。</p>	12分

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

## 操作説明へ

Go!



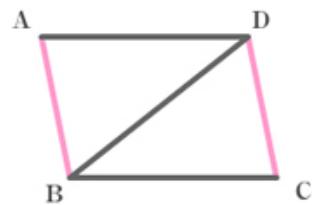
## システムで試してみよう！

# 授業 | 標準

## Let's フローチャート シンキング

## Lesson V-2

右の図で直線 AB と直線 DC が平行、 $AB = DC$  のとき、 $\triangle ABD$  と  $\triangle CDB$  を証明します。フローチャートを完成させてみよう。



Opt ~~100pt~~

適切なものをえらびましょう。

□ と □ は 平行  
□ と □ は 連絡

適切なものをえらびましょう。

The diagram illustrates a comparison between two parallel equations. Each equation consists of two boxes connected by an equals sign, followed by a large arrow pointing to a third box, which is then followed by an equivalence symbol (≡) and a fourth box. A vertical line with a downward arrow connects the first equation to a dropdown menu labeled '選択' (Selection) with a dropdown arrow. A second vertical line with a downward arrow connects the second equation to a second '選択' dropdown menu.

### 答え合せ

## もう1回

# Let's try flowchart thinking

## ウェブサイトへリンク

Go !



アクロバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロードしてください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

# Let's try flowchart thinking



インターネットにつながっていれば  
ここで学習システムを体験できるよ。

操作は簡単！マウスだけで操作OK！

操作説明へ

Go!

システムで試してみよう！

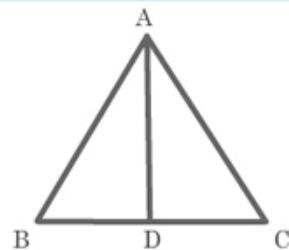


授業 | 標準

## Let's フローチャート シンキング

Lesson V-1

右図で、 $AB=AC$   $\angle BAD=\angle CAD$ のとき、結論 $\angle ABD=\angle ACD$ を示します。  
フローチャートを完成させてみよう。



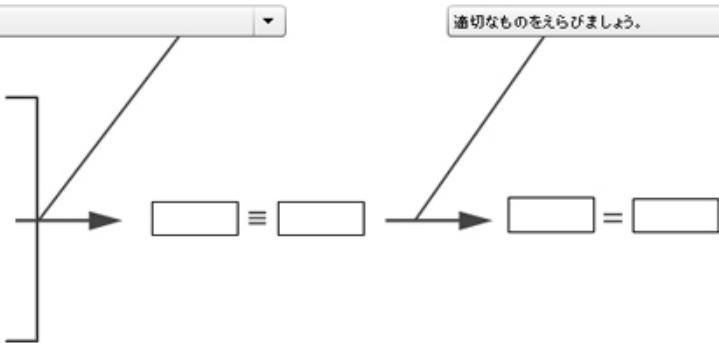
Opt

適切なものをえらびましょう。

=   
選択

=   
選択

=   
選択



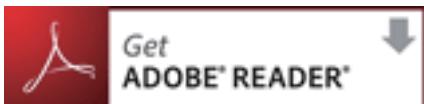
答え合せ

もう1回

# Let's try flowchart thinking

ウェブサイトへリンク

Go!

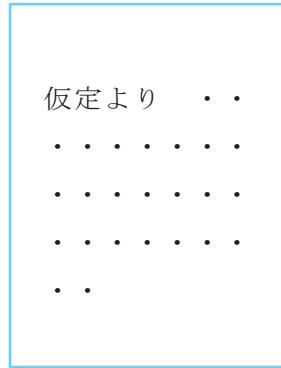


アドビバットリーダーの最新版の取得には下記 URL からダウンロード  
してください。  
<http://get.adobe.com/jp/reader/?promoid=BPBQN>

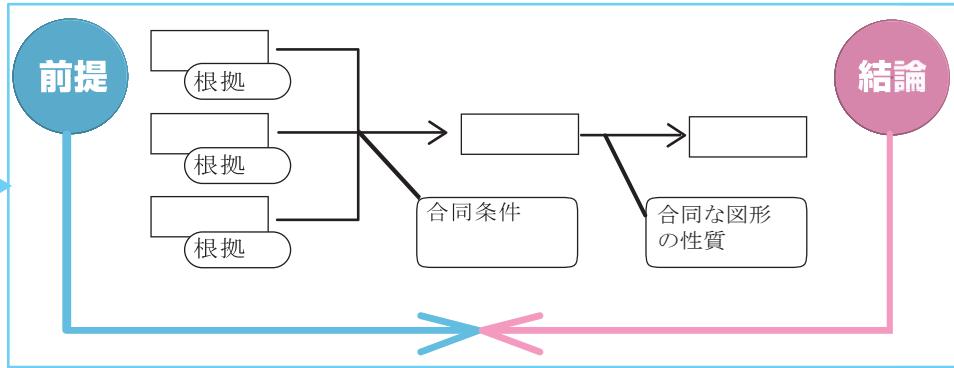
## ねらい

三角形の合同を示し、辺や角が等しいことを導く場面で、前時の証明のつくり方との共通点・相違点はどこかに着目し、証明をつくり、つくった証明をフローチャートで確かめることを通して、よりよい証明に手直ししていくことができる。

## 証明

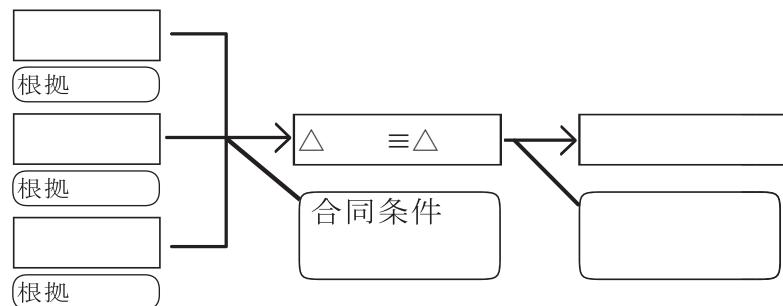
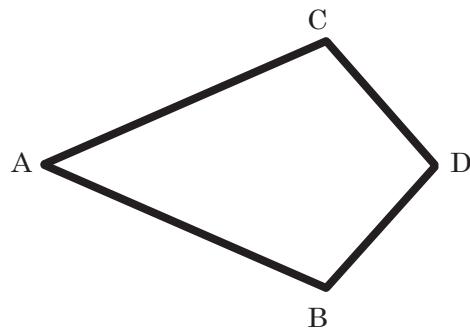


## フローチャート



## 学習問題

以下の四角形ABDCで、 $AB=AC$ 、 $BD=CD$ である。このとき、 $\angle ABD=\angle ACD$ を証明しよう。



## POINT! 証明をつくり、フローチャートで見直し、手直しする

これまでフローチャートを手がかりに証明をつくりてきたが、本時では、はじめに証明をつくり、それをフローチャートにあてはめ、証明の誤りや不十分さに気づき、よりよい証明にしていくことができる。

## POINT! 図形が変わると証明が変わるのがわかる

前時の問題と本時の問題を見比べることによって、本時のフローチャートや証明が前時のものとは変わらぬかどうかについて考え、頂点の記号の付け方と図形の向きは変わっているが、証明のしくみが変わっていないことを理解する。

## 学習活動の展開（展開）

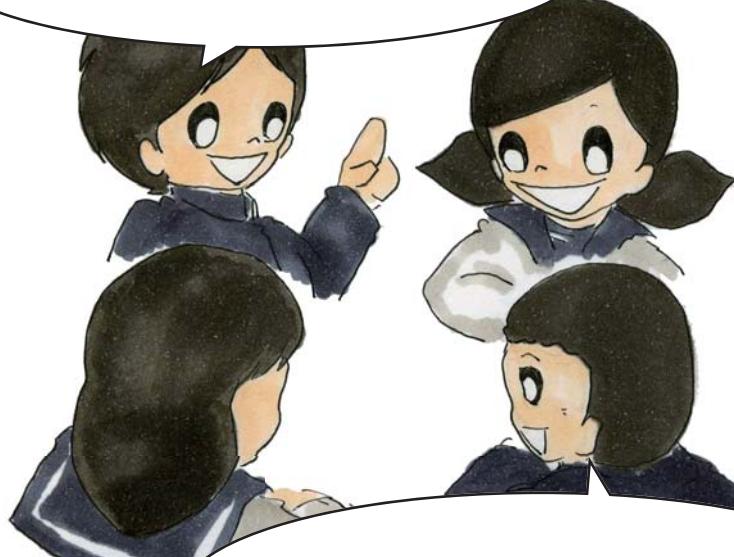
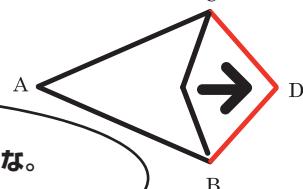
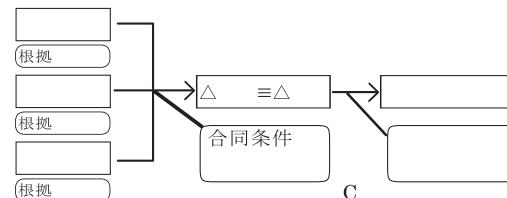
## A 問題をつかむ

【学習問題】下の四角形  $ABDC$  で、 $AB=AC$ 、 $BD=CD$  のとき、 $\angle ABD=\angle ACD$  を証明しよう。

前の時間の図形から少し変えるよ。  
さて、 $\angle ABD=\angle ACD$  を証明するには、  
どうすればよいのでしょうか。

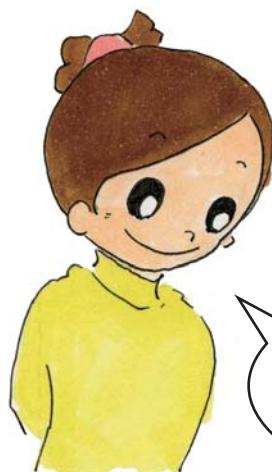


前の時間のへこんだ部分を伸ばしたな。  
今度の証明はどうなるのかな？



補助線  $AD$  を引いて、三角形を2つつくればいいな。  
フローチャートは、前の時間と同じようにつくれるな。

手順 ( その1. 証明 → フローチャート  
その2. フローチャート → 証明 )



そうですね。  
証明から先にやってもいいし、フローチャートを  
つくってから証明してもいいですよ。  
今度は、自分でできるかな。

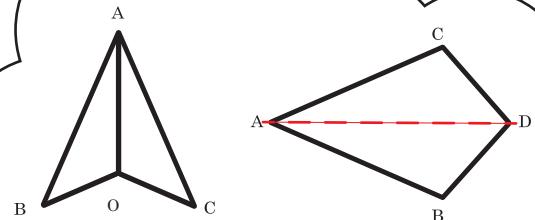
## B 自分で証明をつくってみる

前の時間の証明とどこが違うのでしょうか。

あれ、前の時間の問題と同じような感じだな。  
合同条件「3辺がそれぞれ等しい」を使うとすれば・・・



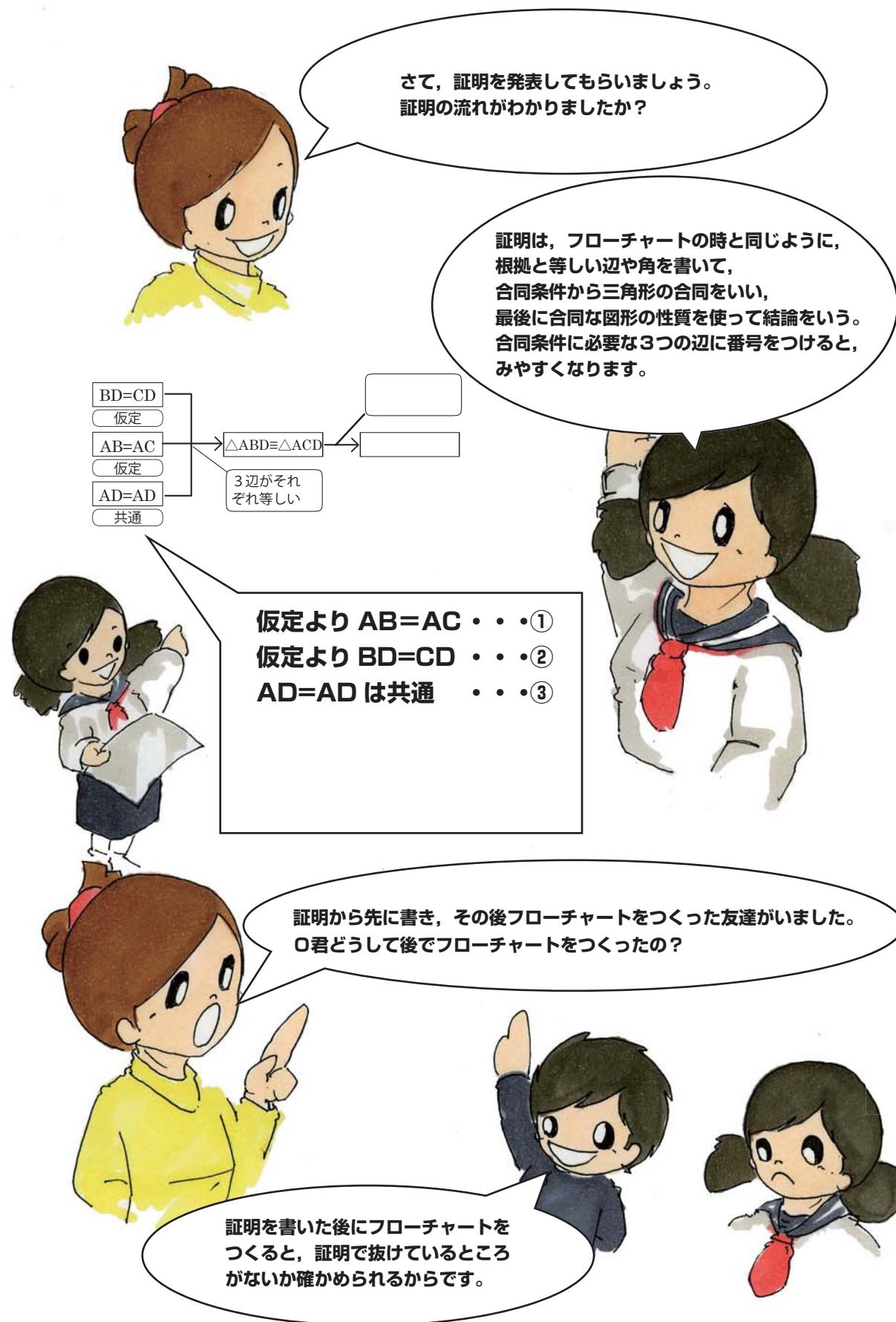
前回の問題と記号が違うだけで、同じやり方で証明ができたな。



そうですね。証明のやり方は、前の時間と同じですよね。  
証明はどんな手順でやるかまとめてみましょう。

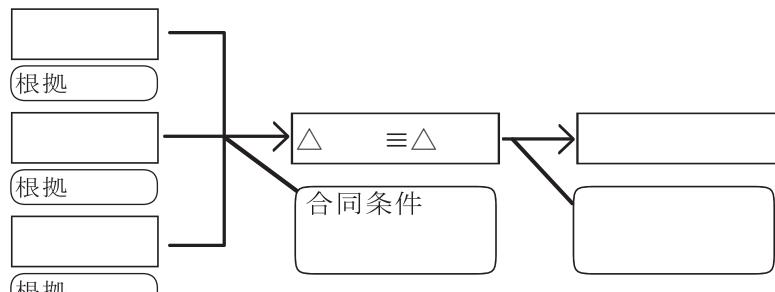
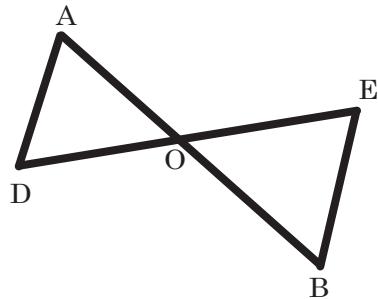


## C みんなで証明を手直しする



## D 別の問題で証明をつくってみる

下の図で、 $AO=BO$ ,  $\angle A=\angle B$  である。このとき、 $DO=EO$  を証明しよう。



さあ、今度も証明できそうかな？



今度は、O君のように証明から書いて、その後、フローチャートで確かめてみよう。

## 学習指導のポイント

### 1. つくれた証明をフローチャートで見直してみるように促しましょう。

本時では、これまでの授業と違い、はじめに証明をつくり、フローチャートで証明を確かめます。つまり、フローチャートの役割が「証明づくりの手がかり」から「証明の確かめ」に変わっています。

ですから、証明をついた後、「フローチャートに入れてみて、証明でぬけていることがないか確かめてみよう」等と発問し、フローチャートで自分の証明を振り返ってみるように促しましょう。証明した後に振り返り、よいより証明をつくろうとする習慣が身に付きます。

### 2. 図形が変わったら証明はどうなるのか考えてみるように促しましょう。

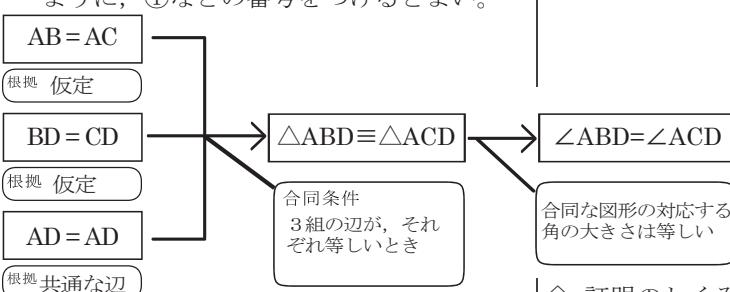
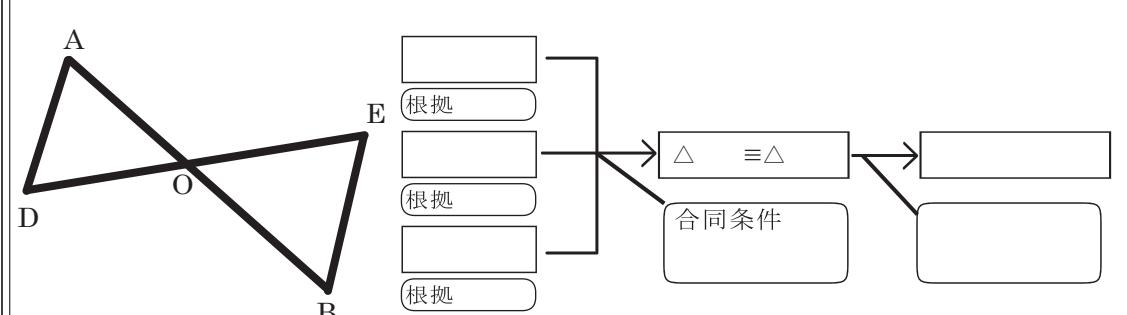
本時では考察する図形として前時の図形の点Oを移動したものを用いていますが、証明のしくみそのものは変わっていません。前時と本時の問題を見比べ、「図形が変わったら証明も変わるのでしょうか」等と問うことにより、証明のしくみが同じであることに気づくことを通して、仮定や条件が同じで図形が変わったら証明はどうなるのだろうかという見方を育てることができます。

## 1. 主眼

$\angle ABD = \angle ACD$ を導く場面で、前時の証明のつくり方との共通点・相違点はどこかに着目し、証明をつくり、つくった証明をフローチャートで見直すことを通して、よりよい証明に手直ししていくことができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の四角形ABDCで、<math>AB=AC</math>、<math>BD=CD</math>である。このとき、<math>\angle ABD = \angle ACD</math>を証明しよう。</p> <p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>図形が少し変わったけど、証明は前の時間と同じになるのかな？</li> <li>三角形の合同を使うには、補助線ADを引いて三角形を2つつくればいい。</li> <li>フローチャートを参考に証明すればいい。</li> </ul> <p>②自分で証明をつくる。</p> <p>仮定より<math>AB=AC, BD=CD</math> 共通な辺だから<math>AD=AD</math> 3組の辺が、それぞれ等しいとき、<math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math>だから、<math>\angle ABD = \angle ACD</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>前時の図形の点Oを移動して点Dとして学習問題を提示する。</li> <li>学習問題の仮定と結論を確認する。</li> <li>結論「<math>\angle ABD = \angle ACD</math>」を導くために、何がわかれればよいか確認し、学習課題を設定する。</li> </ul>	8分
個人追究	<p>【学習課題】</p> <p>フローチャートをもとに<math>\angle ABD = \angle ACD</math>を証明しよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>証明から先につくってもよいことを伝える。</li> <li>証明が書けずに困っている生徒には前時の証明をもとにつくっていくように助言する。</li> <li>証明を書いた後に、フローチャートをつかった生徒がいたらその理由を問う。</li> </ul>	12分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなで証明を手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ とりあえず書いてみたけど、必要なことが全部かいてあるのかな？</li> <li>・ 書いてあることをフローチャートに入れてみると、確かめられそうだ。</li> <li>・ 根拠をはっきりさせるために、「だから」の前に、「合同な図形の性質の対応する角の大きさは等しい」と書いた方がよい。</li> <li>・ 「<math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で」のように最初に証明する2つの三角形を書いた方がよい。</li> <li>・ 合同条件に必要な3つがわかりやすくなるように、①などの番号をつけるとよい。</li> </ul> 	<p>◇ 証明を書いた後、証明の確かめとしてフローチャートをつくった生徒がいたら、その理由とともに紹介する。</p> <p>◇ 証明の手直しでは、はじめにフローチャートで必要なことが全部書いてあるかを確認し、次に、わかりやすくなるように証明の書き方を工夫する。</p> <p>◇ 最初に「<math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で」書くと、どの三角形とどの三角形で証明するかがわかりやすくなることを伝える。</p>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>AO=BO</math>、<math>\angle A=\angle B</math>である。このとき、<math>DO=EO</math>を証明しよう。</p> 	<p>◇ 証明のしくみは前時と同じになることと留意事項を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 辺や角が等しくなる根拠を書く。</li> <li>・ 合同条件を書いて三角形の合同をいう。</li> <li>・ 合同な図形の性質を書いて辺や角が等しくなることをいう。</li> <li>・ 等しい辺や角の後に番号をつけてわかりやすくする。</li> </ul>	16分

- 今度は、O君のように証明から書いて、その後、フローチャートで確かめてみよう。

- ◇ 先程の証明のつくり方を真似しながら、留意事項を守って自分で証明してみるように促す。
- ◇ 自分で証明を書いた後、フローチャートで証明を見直すように促す。

## ねらい

平行線の性質を用いて、三角形の合同を示し、辺や角が等しいことを導く場面で、平行線の性質から何がわかるのかに着目し、証明をつくり、つくった証明をフローチャートで確かめることを通して、よりよい証明に手直ししていくことができる。

## 証明

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において

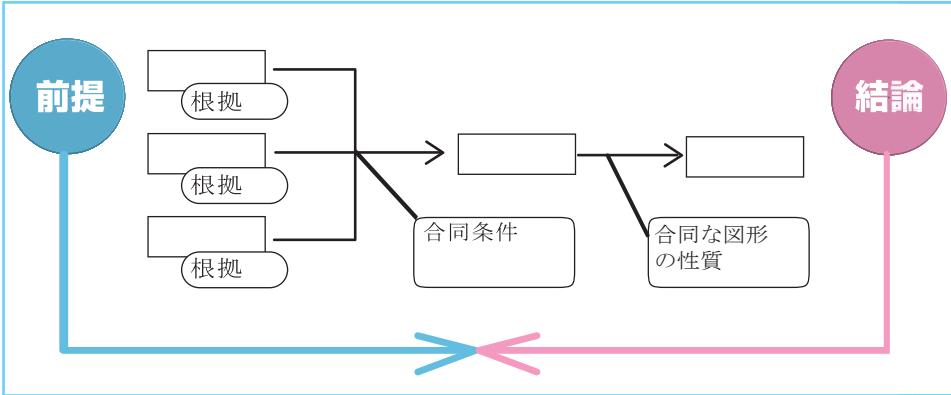
・・・・・

・・・・・

・・・・・

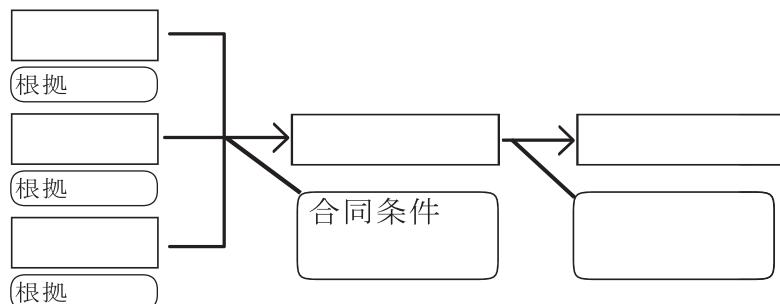
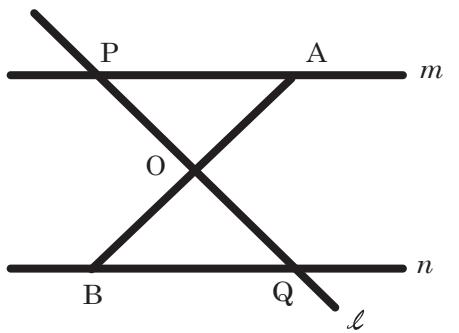
・

## フローチャート



## 学習問題

下の図で、 $m // n$ 、 $m$ 上の点Aと $n$ 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をO、そして、点Oを通る直線 $\ell$ が、 $m$ 、 $n$ と交わる点をそれぞれP、Qとする。このとき、 $AP=BQ$ であることを証明しよう。



## POINT! 三角形の合同を示すために平行線の性質から何がわかるかを調べる

三角形の合同を導くためにどの辺や角が等しくなればよいか、そのうち平行線の性質から何がわかるかを考えることを通して、三角形の合同を導くために必要で、平行線の性質からわかるを見いだしていく。

## POINT! 証明をつくり、フローチャートで確かめ、手直しする

はじめに証明をつくり、それをフローチャートにあてはめ、証明の誤りや不十分さに気づき、よりよい証明にしていくことができる。

## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

【学習問題】 $m // n$  として、 $m$  上の点 A と  $n$  上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とする。点 O を通る直線  $\ell$  が、 $m$ 、 $n$  と交わる点をそれぞれ P、Q とするとき、 $AP=BQ$  であることを証明しよう。



目次

第1時

第2時

第3時

第4時

第5時

第6時

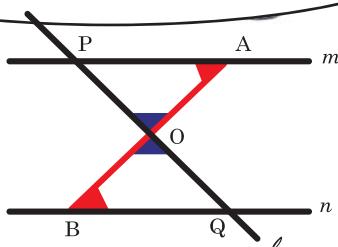
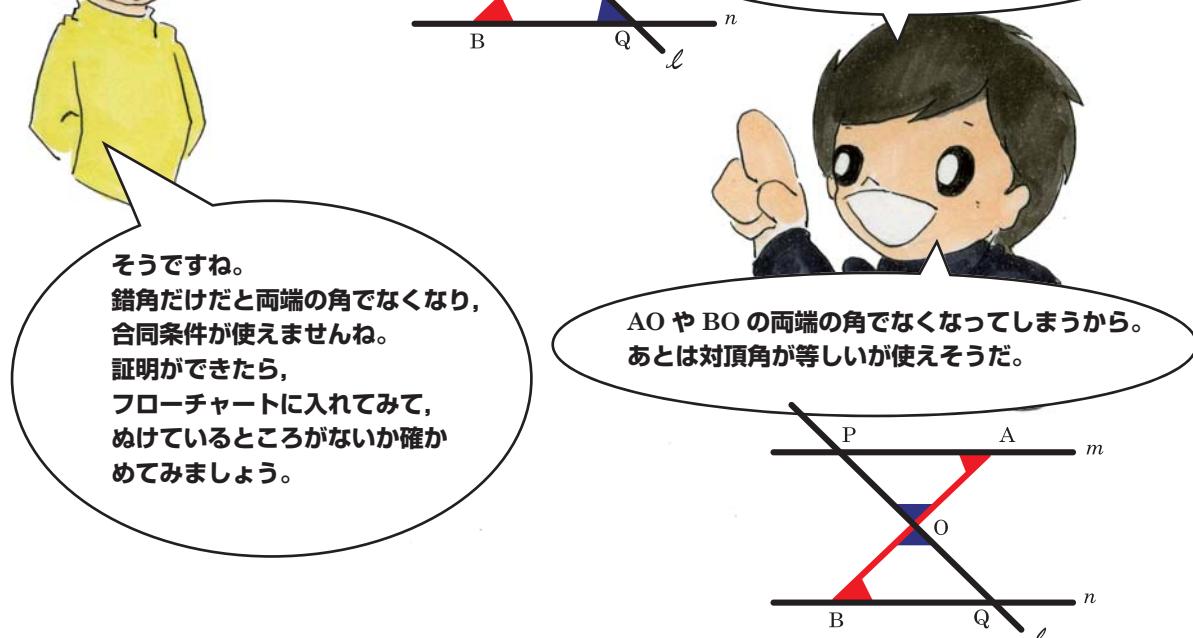
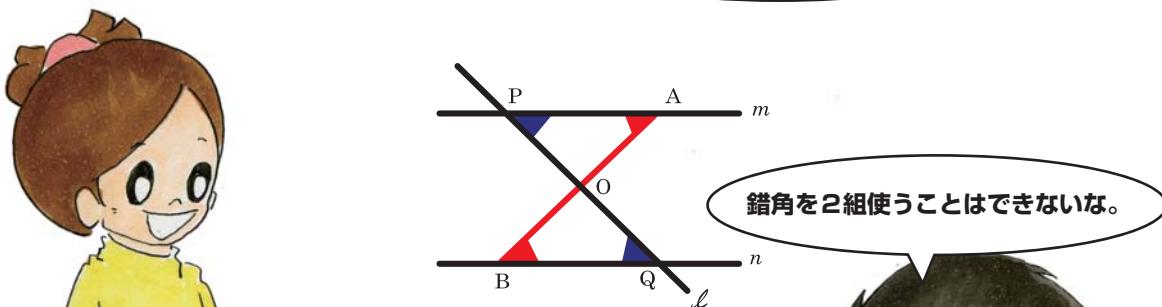
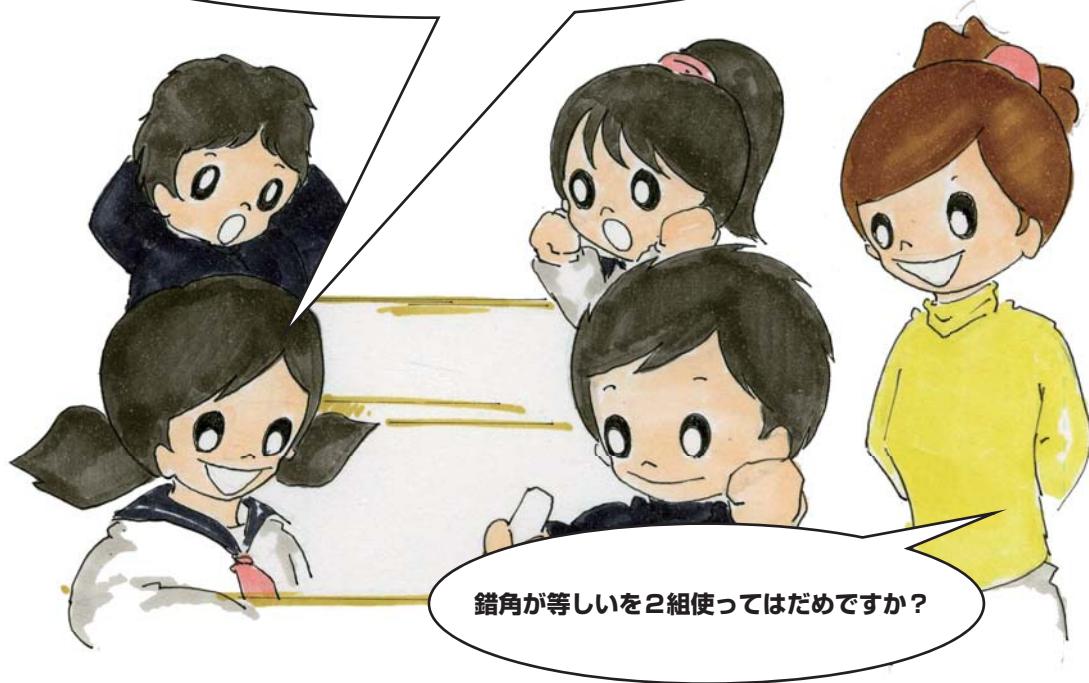
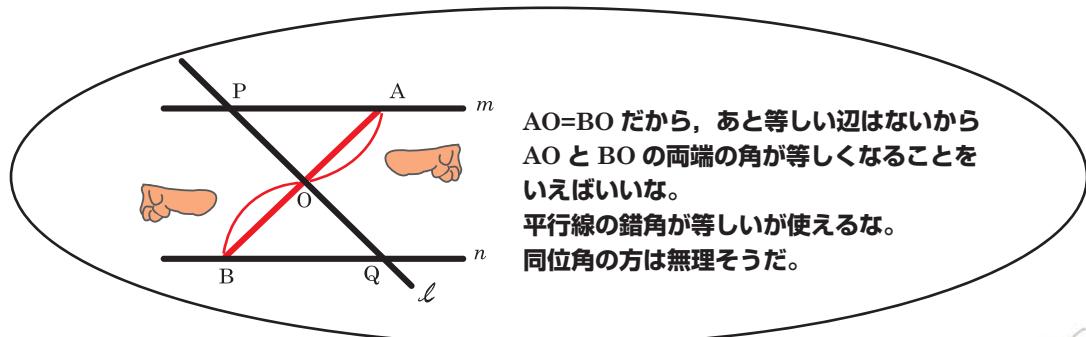
第7時

第8時

第9時

ワークシート

## B 自分で証明をつくってみる



## C みんなで証明を手直しする

友達の証明はどうでしょうか。  
何か付け加えた方がいいところ  
はありますか？



$\triangle APO \equiv \triangle BQO$  で、

仮定より  $AO = BO \dots ①$

錯角は等しいから  $\angle PAO = \angle QBO \dots ②$

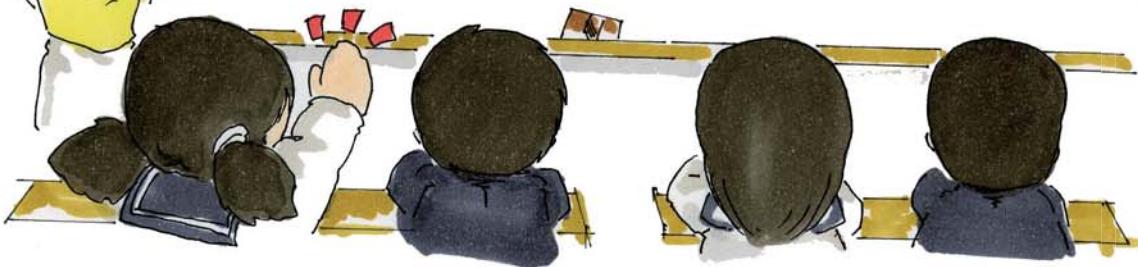
対頂角は等しいから  $\angle AOP = \angle BOQ \dots ③$

①、②、③より

1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき  $\triangle APO \equiv \triangle BQO$

合同な图形では対応する辺の長さが等しいので

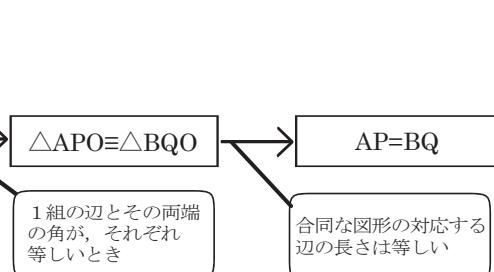
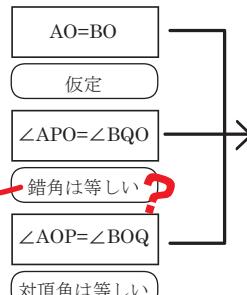
$AP = BQ$



錯角が等しくなるのは、平行線のときだけだから、

「平行線でできる錯角は等しい」

と書いた方がいい。

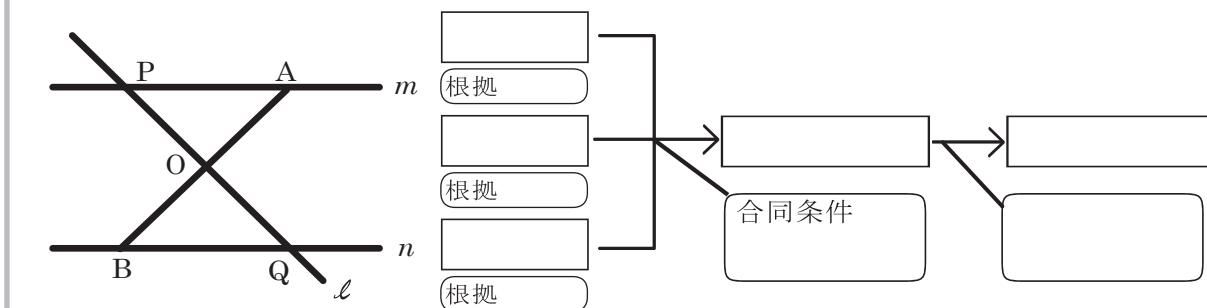


証明では、今までと同じように、根拠と等しい辺や角を書いて番号をつけ、  
合同条件から三角形の合同をいって、  
最後に合同な图形の性質を使って結論をいえばいい。



## D 別の問題で証明をつくってみる

下の図で、 $m//n$ 、 $m$ 上の点Aと $n$ 上の点Bを結ぶ線分ABと、点 $m$ 上の点Pと $n$ 上の点Qを結ぶ線分PQと交わる点をOとする。このとき、 $AP=BQ$ ならば、 $AO=BO$ であることを証明しよう。



さあ、今度も証明できそうかな?  
今度は、平行線の錯角や同位角をどうやって使っていけばいいかな?



今度も平行線の錯角が等しいが使えそうだ。  
でもABの中点がOとはいえないな。



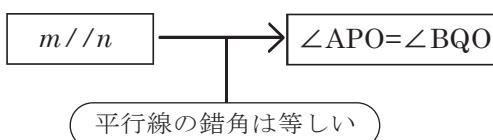
仮定が変わったぞ。

## 学習指導のポイント

## 1. 三角形が合同になるために何がわかれればよいかを考えいくように促しましょう。

この問題では、平行線の性質を用いて錯角が等しいことを導き、それを用いて三角形の合同を示し、さらに結論「 $AP=BQ$ 」を導いています。つまり、フローチャートには現れていませんが、正確には3ステップのフローチャートになります。ですから、「平行線では錯角と同位角が等しくなるが、どちらも使えるかな？」、「錯角は2組あるけれど、どちらの錯角を使っても三角形の合同はいえるのかな？」等と問いかげることによって、三角形の合同を導くために何がわかれればよいかに生徒が着目できるようにしましょう。

なお、3ステップであることに生徒が気づいたときは、フローチャートの左側に、欄と矢印を追加し、次のようにしてもよいでしょう。



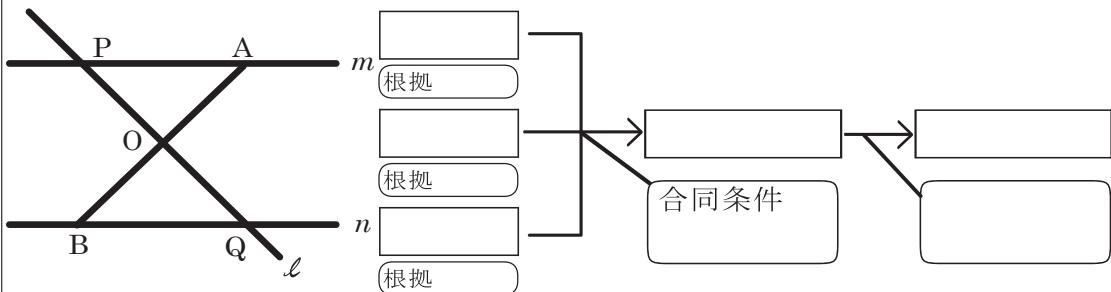
## 2. つくった証明をフローチャートで確かめてみるように促しましょう。

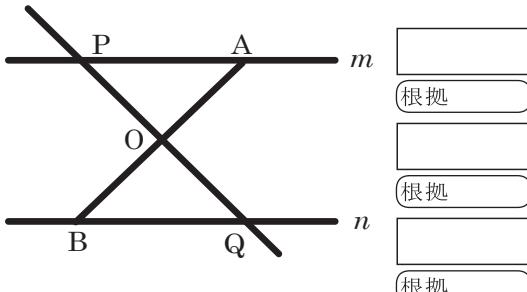
証明をつくった後、「フローチャートに入れてみて、証明でぬけていることがないか確かめてみよう」等と発問し、フローチャートで自分の証明を振り返ってみるように促しましょう。証明した後に振り返り、よいより証明をつくろうとする習慣が身に付きます。

## 1. 主眼

$AP=BQ$ を導く場面で、平行線の性質からいえることは何かに着目し、前時までと同様に三角形の合同を説明した後、合同な図形の性質を用いることを通して、対応する角や辺が等しくなる証明をつくることができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>m//n</math>、<math>m</math>上の点Aと<math>n</math>上の点Bを結ぶ線分ABの中点をO、そして、点Oを通る直線<math>\ell</math>が、<math>m</math>、<math>n</math>と交わる点をそれぞれP、Qとする。このとき、<math>AP=BQ</math>であることを証明しよう。</p>  <p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>今度は平行線の中に二つの三角形がある。</li> <li>結論「<math>AP=BQ</math>」を示すには、<math>\triangle APO \cong \triangle BQO</math>をいえばよさそうだ。</li> <li>平行線だから同位角と錯角が等しくなるな。</li> </ul>	<p>◇ 学習問題の仮定と結論を確認する。</p> <p>◇ 結論「<math>AP=BQ</math>」を導くために、何がわからればよいかと問い合わせる。</p> <p>◇ 平行線の性質を確認後、学習課題を設定する。</p>	10分
	<p>【学習課題】</p> <p>平行線の性質と合同条件を使って<math>\triangle APO \cong \triangle BQO</math>を導き、<math>AP=BQ</math>を証明しよう。</p>		
個人追究	<p>②自分で証明をつくってみる。</p> <p><math>\triangle APO \cong \triangle BQO</math>で、 仮定より<math>AO=BO \cdots ①</math> 錯角は等しいから<math>\angle PAO=\angle QBO \cdots ②</math> 対頂角は等しいから<math>\angle AOP=\angle BOQ \cdots ③</math> ①,②,③より1組の辺とその両端の角が、 それぞれ等しいとき、<math>\triangle APO \cong \triangle BQO</math> 合同な図形では対応する辺の長さが等しいので、 <math>AP=BQ</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>フローチャートに当てはめてみたら、全部埋まったから、必要なことはかいてあるようだ。</li> <li>「錯角は等しい」でいいのかな？</li> </ul>	<p>◇ 平行線の性質が使えず困っている生徒には、錯角・同位角を確認する。</p> <p>◇ 困っている生徒にはフローチャートをもとに証明をつくるように助言する。</p> <p>◇ 合同条件に当てはまる辺や角を使っているか確認するように助言する。</p> <p>◇ 仮定として<math>PO=QO</math>を使っている生徒には、問題文から本当にいえるか見直すように問い合わせる。</p>	14分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなで証明を手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>錯角が等しくなるのは、平行線のときだから、「平行線でできる錯角は等しい」と書いた方がいい。</li> <li>この問題ならいいけど、平行線がたくさんあるとわかりにくいから、きちんと書くと「直線<math>m</math>と<math>n</math>は平行で、<math>\angle PAO</math>と<math>\angle QBO</math>は錯角だから、<math>\angle PAO = \angle QBO</math>」になる。</li> <li>最初から合同かは、わからないので「<math>\triangle APO \equiv \triangle BQO</math> で」ではなく「<math>\triangle APO</math>と<math>\triangle BQO</math>で」とする。</li> </ul>	<p>◇ 証明における留意事項を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>辺や角が等しくなる根拠を書く。</li> <li>合同条件を書いて三角形の合同をいう。</li> <li>合同な図形の性質を書いて辺や角が等しくなることをいう。</li> <li>等しい辺や角の後に番号をつけてわかりやすくする。</li> </ul> <p>◇ 今までの証明としくみは同じことを確認する。</p>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>下の図で、<math>m // n</math>、<math>m</math>上の点Aと<math>n</math>上の点Bを結ぶ線分ABと、点<math>m</math>上の点Pと<math>n</math>上の点Qを結ぶ線分PQと交わる点をOとする。このとき、<math>AP = BQ</math>ならば、<math>AO = BO</math>であることを証明しよう。</p>  <p>AO = BO 仮定 <math>\angle PAO = \angle QBO</math> 平行線の錯角 <math>\angle AOP = \angle BOQ</math> 対頂角は等しい</p> <p><math>\triangle APO \equiv \triangle BQO</math></p> <p>合同条件 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき 合同な図形の対応する辺の長さは等しい</p>	<p>下の図で、<math>m // n</math>、<math>m</math>上の点Aと<math>n</math>上の点Bを結ぶ線分ABと、点<math>m</math>上の点Pと<math>n</math>上の点Qを結ぶ線分PQと交わる点をOとする。このとき、<math>AP = BQ</math>ならば、<math>AO = BO</math>であることを証明しよう。</p> <p>今度も平行線の錯角が等しいが使えそうだ。でもABの中点がOとはいえないな。仮定が変わったぞ。</p> <p>◇ 先程の証明と比較しながら、自分で証明するように問いかける。</p> <p>◇ 今回は点Oが中点ではないので、先程の証明と何が変わるのがに注意して証明を振り返り、留意事項を確認するように促す。</p>	12分

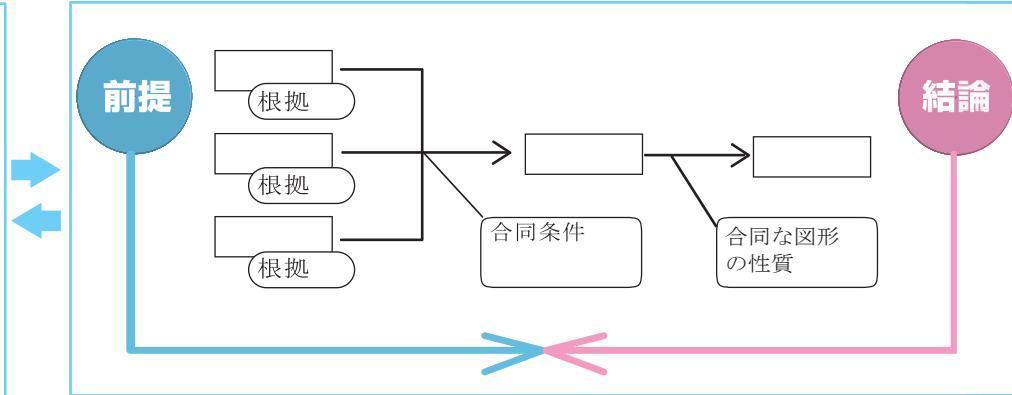
## ねらい

三角形が複雑に重なり合う図形で、三角形の合同を示し、辺や角が等しいことを導く場面で、仮定と結論をつなぐためにどの三角形の合同を示せばよいかに着目し、証明をつくり、つくった証明をフローチャートで確かめることを通して、よりよい証明に手直ししていくことができる。

## 証明

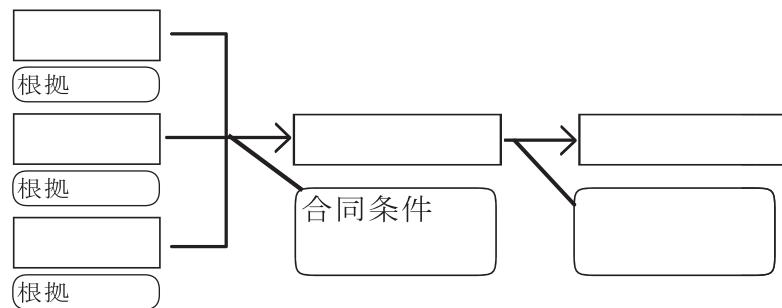
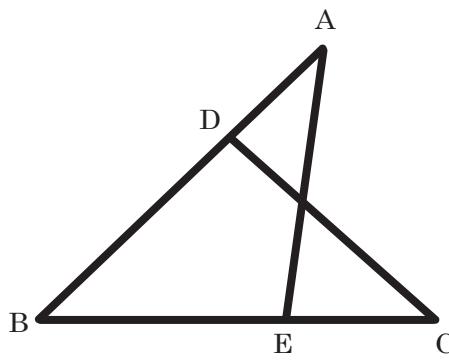
△ABCと△DEFにおいて  
・ · · · · ·  
・ · · · · ·  
・ · · · · ·  
・ · · · · ·

## フローチャート



## 学習問題

下の図で、 $AB=CB$ ,  $\angle BAE=\angle BCD$  である。このとき、 $BD=BE$  となることを証明しなさい。



## POINT! 仮定と結論をつなぐことができる一組の三角形を選ぶ

合同になりそうな三角形が複数ある場面で、仮定と結論をつなぐことができそうな三角形の組を探すことを通して、必要があれば、フローチャートを用いて、仮定から結論を導くことができる一組の三角形を選ぶことができる。

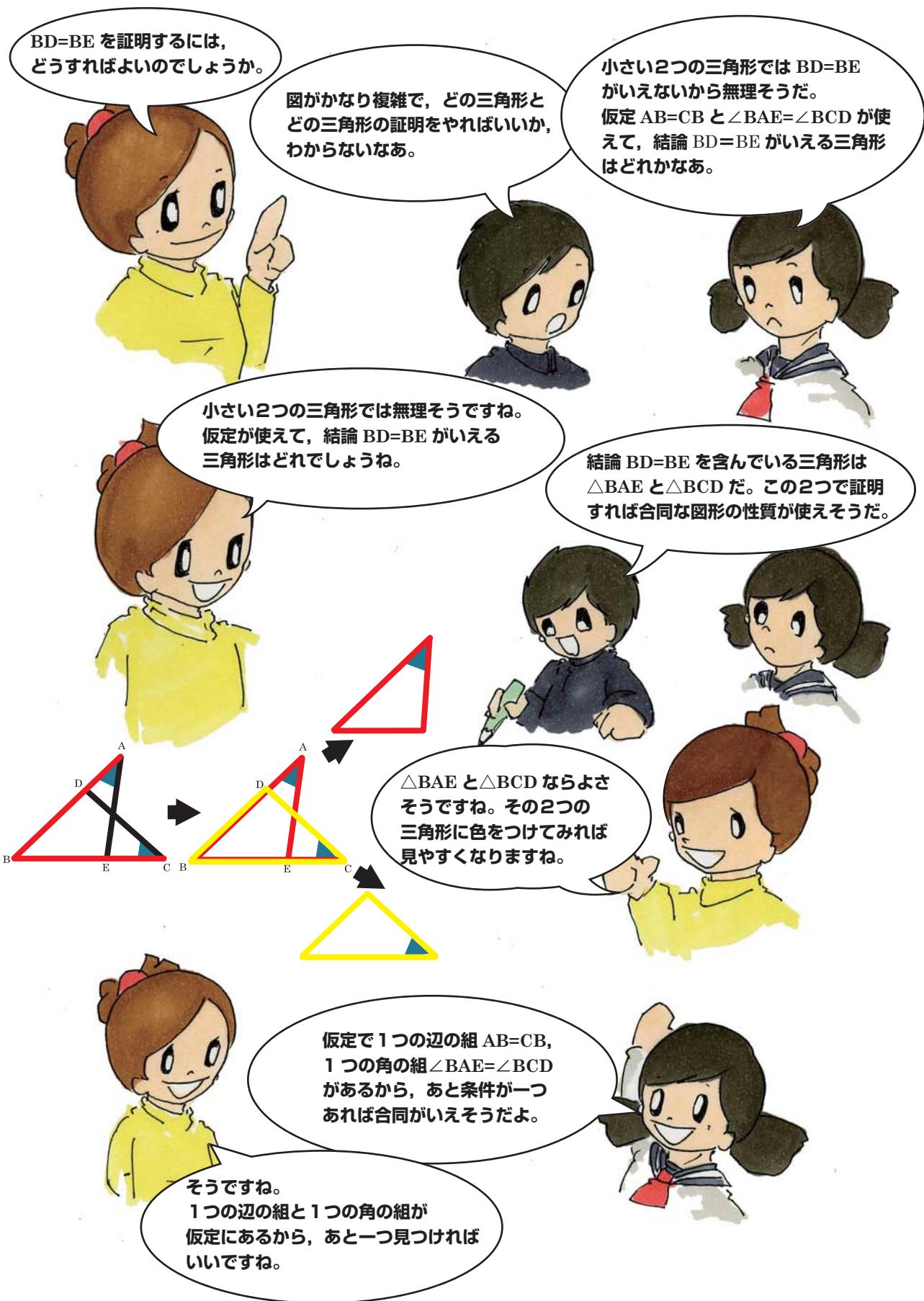
## POINT! 証明をつくり、フローチャートで見直し、手直しする

はじめに証明をつくり、それをフローチャートにあてはめ、証明の誤りや不十分さに気づき、よりよい証明にしていくことができる。

## 学習活動の展開（展開）

## A 問題をつかむ

【学習問題】  $AB=CB$ ,  $\angle BAE = \angle BCD$  である。このとき,  $BD=BE$  となることを証明しなさい。



## B 自分で証明をつくってみる

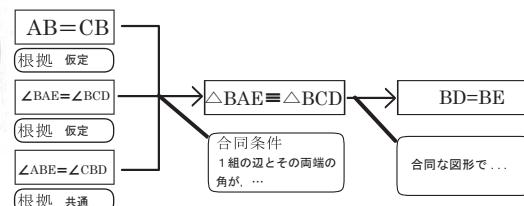


## C みんなで証明を手直しする

友達の証明はどうでしょうか。  
何か付け加えた方がいいところはありますか?  
今までの証明と違うところはありますか?



証明は、今までと同じように、根拠と等しい辺や角を  
書いて番号をつけ、合同条件から三角形の合同をいい、  
最後に合同な图形の性質を使って結論をいう。  
証明の流れは変わらないな。



仮定より、 $AB=CB$  ①

仮定より、 $\angle BAE=\angle BCD$  ②

共通な角より、 $\angle ABE=\angle CBD$  ③

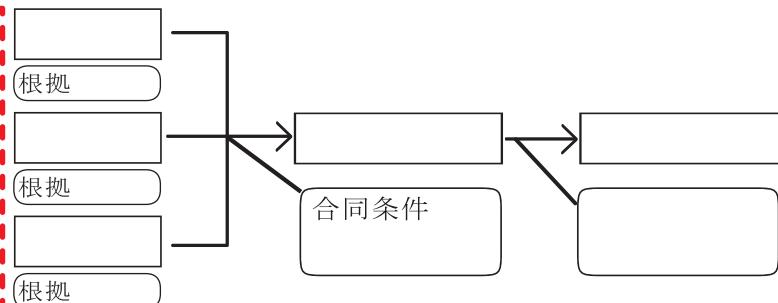
①②③より  $\triangle BAE \equiv \triangle BCD$

合同な图形では対応する辺の長さ  
は等しい。 $BD=BE$

## D 別の問題で証明をつくってみる

長さの等しい2つの線分 AB と CD が交わっています。このとき,  $\angle ABD = \angle CDB$  ならば  $\angle DAB = \angle BCD$  であることを証明しよう。

図をかこう



さあ、今度も証明できそうかな?  
今度は、どの三角形とどの三角形で証明すればよさそうかな?



図を自分でかくのか?  
友達と違った図になんてもいいのか?  
今度は、どの三角形とどの三角形で証明するのかな。  
三角形を選ぶのがむずかしいな。



証明ができたから、落ちているところはないか  
フローチャートに当てはめ確かめてみよう。



## 学習指導のポイント

### 1. 仮定と結論をつなぐために必要な三角形の組はどれかを考えるように促しましょう。

この問題では、合同になりそうな三角形が二組あります。

はじめに、仮定が「 $AB=CB$ 」と「 $\angle BAE=\angle BCD$ 」であり、結論が「 $BD=BE$ 」であることを確認し、「仮定から結論を導くために、どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいでしょうか」と問いかげましょう。そして、 $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ 以外の組を使おうとすると、それらの三角形が合同であることを仮定からは導けないことを確かめることができます。その上で、 $\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ の合同を示せばよいと見通すことができるようにしていきましょう。

生徒にとって、三角形が重なり合っている場面で、対応する辺や角を見いだすのは容易ではありません。別々の図に、それぞれの三角形をかいて、対応する辺や角を色分けしてマークするなどの工夫をするようにしましょう。

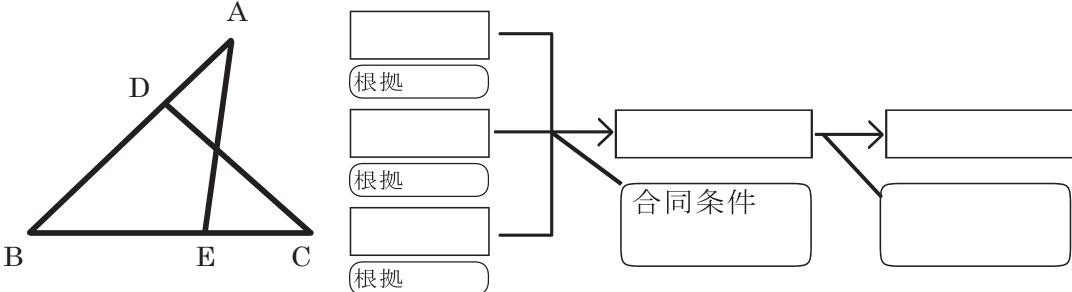
### 2. つくった証明をフローチャートで見直してみるように促しましょう。

証明をつくった後、「フローチャートに入れてみて、証明でぬけていることがないか確かめてみよう」等と発問し、フローチャートで自分の証明を振り返ってみるように促しましょう。証明した後に振り返り、よいより証明をつくろうとする習慣が身に付きます。

## 1. 主眼

三角形が複雑に重なり合う图形で $BD=BE$ を導く場面で、三角形の合同を示すために仮定が使え結論がいえる三角形の組はどれかに着目し、証明をつくり、つくった証明をフローチャートで見直すことを通して、よりよい証明に手直しすることができる。

## 2. 展開

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
課題把握	<p>【学習問題】下の図で、<math>AB=CB</math>、<math>\angle BAE=\angle BCD</math>である。このとき、<math>BD=BE</math>となることを証明しなさい。</p> 		10分
<p>①本時で学習することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>BD=BE</math>が結論だから、これを示すために、どの三角形とどの三角形の合同がわかれればいいのかな？</li> <li>• 内側にある小さい2つ三角形では結論がいえないな。</li> <li>• 仮定が使える三角形はどれとどれかな。</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 学習問題の仮定と結論を確認する。</li> <li>◇ 「<math>BD=BE</math>」を導くために、何がわかれればよいかと問いかける。</li> <li>◇ いくつも三角形があるが、どの三角形とどの三角形の合同を使えばよいかと問いかけ、学習課題を設定する。</li> </ul>
<p>【学習課題】</p> <p>合同を示すのに仮定が使えて結論<math>BD=BE</math>を証明するのに必要な三角形はどれとどれか考えて、証明をつくろう。</p>			
個人追究	<p>②自分で証明をつくる。</p> <div style="background-color: #558B2F; color: white; padding: 10px;"> <math>\triangle BAE \text{ と } \triangle BCD \text{ で,}</math>  <b>仮定より</b> <math>AB=CB \cdots ①</math>  <b>仮定より</b> <math>\angle BAE=\angle BCD \cdots ②</math>  <b>共通な角より</b> <math>\angle ABE=\angle CBD \cdots ③</math>  <b>①,②,③より</b>  <b>1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき</b>  <math>\triangle BAE \cong \triangle BCD</math>,  <b>合同な图形では対応する辺の長さが等しいので</b>, <math>BD=BE</math> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◇ 困っている生徒には、仮定と結論を含む三角形はないか問いかけ、<math>\triangle BAE</math>と<math>\triangle BCD</math>ならできそうなことを確認する。</li> <li>◇ <math>\triangle BAE</math>と<math>\triangle BCD</math>に別々の色をつけ、共通な角があることから、どの合同条件が使えそうか確認する。</li> <li>◇ 証明ができた生徒には、今までと証明のやり方が同じかどうか問いかける。</li> </ul>	14分

学習活動	生徒の活動・反応	指導のポイント	時間
共同追究	<p>③みんなで証明を手直しする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>前の授業と同じように、書いてあることをフローチャートに入れて確かめてみよう。</li> <li>フローチャートが全部埋まったから、必要なことは全部書いてあるな。</li> <li>「<math>\triangle BAE</math>と<math>\triangle BCD</math>で」と書き出すと、どの三角形とどの三角形について言っているのかがわかりやすくなつてよみやすい。</li> <li>今回は、<math>BD=BE</math>という結論をいうために、どの三角形とどの三角形に目をつければよいかが難しかつた。</li> <li>どうやって三角形の組を見つけたのか、見つけ方や工夫したことをメモしておこう：「結論にある二つの辺を含んでいる二つの三角形をみつける。色分けするとわかりやすくなる。」</li> </ul>	<p>◇ 証明の手直しでは、はじめにフローチャートで必要なことが全部書いてあるかを確認し、次に、わかりやすくなるように証明の書き方を工夫する。</p> <p>◇ 証明のしくみは前時と同じになることと留意事項を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>辺や角が等しくなる根拠を書く。</li> <li>合同条件を書いて三角形の合同をいう。</li> <li>合同な図形の性質を書いて辺や角が等しくなることをいう。</li> <li>等しい辺や角の後に番号をつけてわかりやすくする。</li> </ul>	14分
本時を振り返り類題を解く	<p>④感想を学習カードにまとめ、類題を解く。</p> <p>長さの等しい2つの線分ABとCDが交わっています。このとき、<math>\angle ABD = \angle CDB</math>ならば<math>\angle DAB = \angle BCD</math>であることを証明しよう。</p> <p>&lt;図を自分でかく&gt;</p>	<p>今までの証明のしくみは同じことを確認する</p> <p>◇ 問題文から図をかいてみるように促す。</p> <p>◇ 今度はどの三角形の合同をいえばよさそうか考えながら、自分で証明をつくるように問いかける。証明ができたたら、証明のしくみをまとめるように促す。</p>	12分



# ワークシート集

## worksheet INDEX



ビジュアル指導案の第1時から第9時の内容に対応しています。

### 第1時

#### フローチャートをつくる

合同条件を用いて三角形の合同を導く

worksheet  
1p

### 第2時

#### フローチャートをつくる

合同条件を用いて三角形の合同を導く

worksheet  
3p

### 第3時

#### フローチャートをつくる

合同条件を用いて三角形の合同を導く

worksheet  
5p

### 第4時

#### フローチャートをつくる

合同を示し、辺や角が等しいことを導く

worksheet  
7p

### 第5時

#### フローチャートから証明をつくる

合同条件を用いて三角形の合同を証明する

worksheet  
9p

### 第6時

#### フローチャートから証明をつくる

合同を示し、辺や角が等しいことを証明する

worksheet  
11p

### 第7時

#### 証明をつくりフローチャートで見直す

合同を示し、辺や角が等しいことを証明する

worksheet  
13p

### 第8時

#### 証明をつくりフローチャートで見直す

合同を示し、辺や角が等しいことを証明する

worksheet  
15p

### 第9時

#### 証明をつくりフローチャートで見直す

合同を示し、辺や角が等しいことを証明する

worksheet  
17p

## 第1時

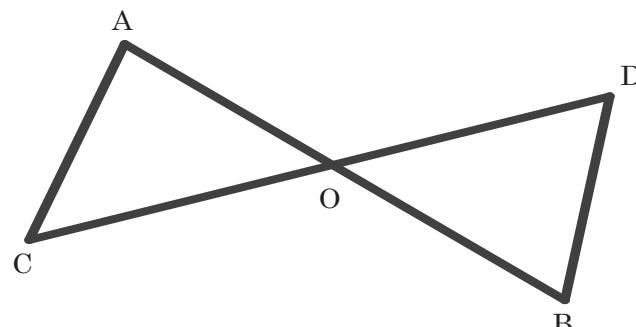
月 日 組 番 氏名



あと何がわかると合同になるかな?

【学習問題】

下の図で  $AO = BO$  である。このとき、 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$  を合同にするには、他の辺や角について、どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



$AO = BO$

( )

( )

( )

$AO = BO$

( )

( )

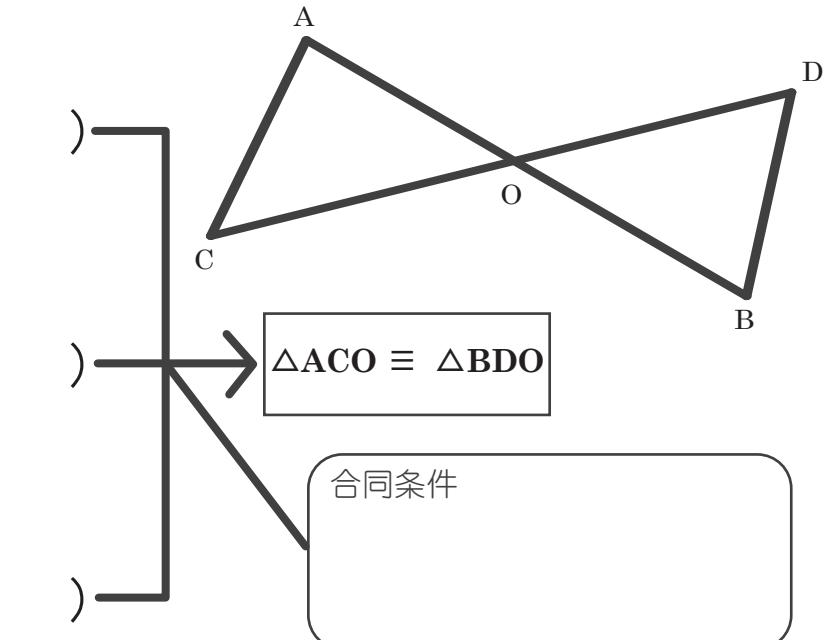
( )

$AO = BO$

( )

合同条件

今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと

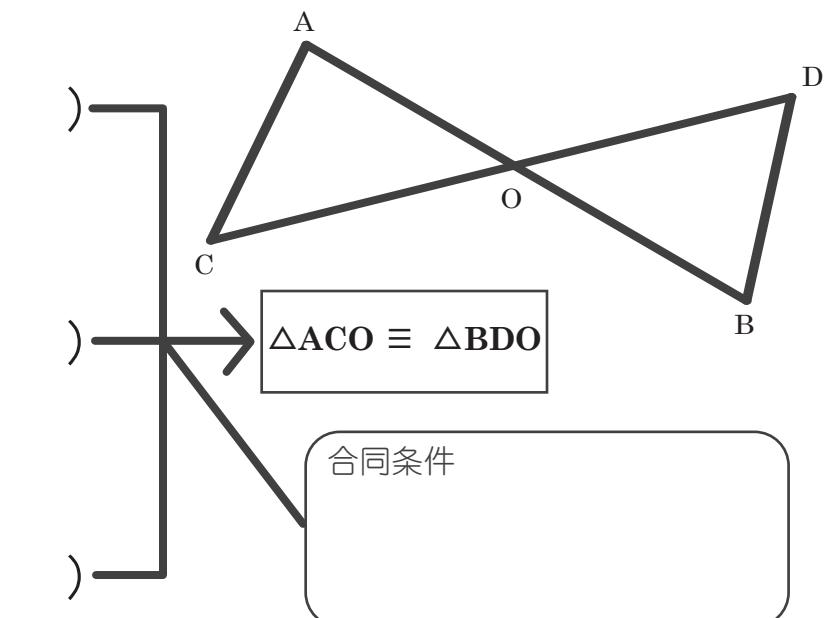


合同条件

( )

( )

( )



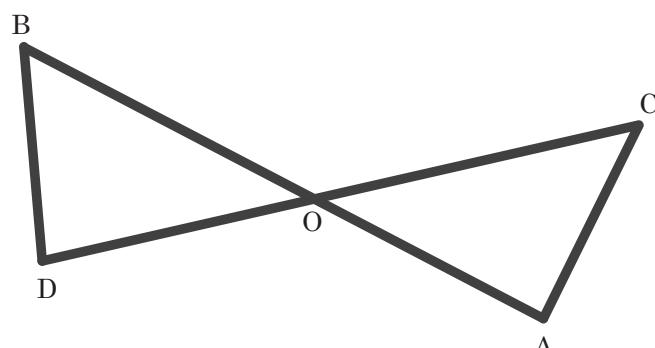
合同条件

今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと



## 【学習問題】

下の図で  $AC=BD$  である。このとき、 $\triangle ACO$  と  $\triangle BDO$  を合同にするには、他の辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



$$AC = BD$$

(



(



(

合同条件

$$AC = BD$$

$$AC = BD$$

(

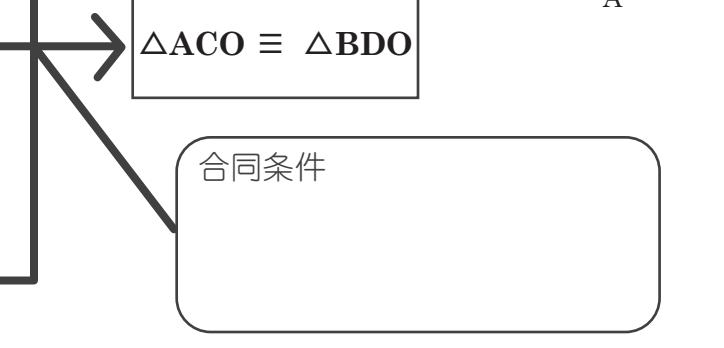
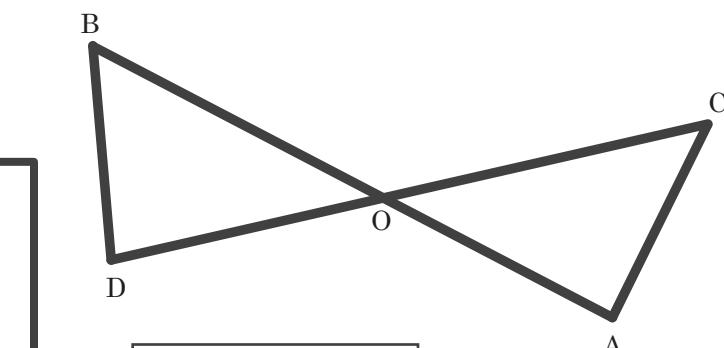
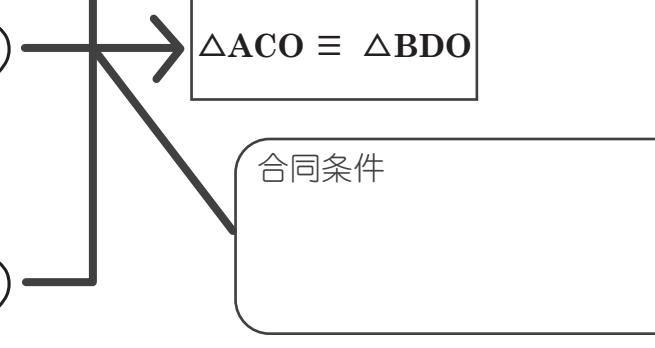


(



(

合同条件

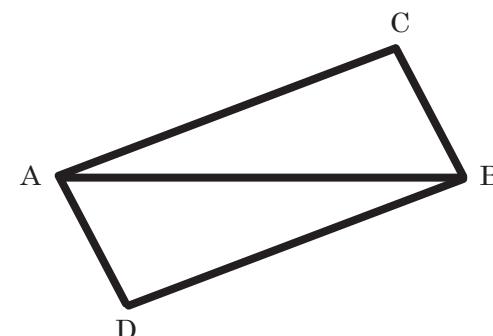




あと何がわかると合同になるかな?

【学習問題】

下の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BAD$ を合同にするには、辺や角についてどことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。



$$AB = BA$$

( )

$$\quad$$

( )

$$\quad$$

( )

$$AB = BA$$

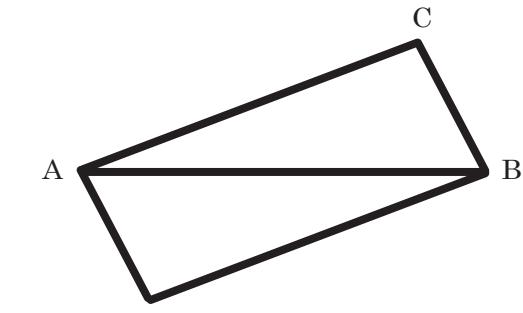
( )

$$\quad$$

( )

$$\quad$$

( )



$$AB = BA$$

( )

$$\quad$$

( )

$$\quad$$

( )

$$AB = BA$$

( )

$$\quad$$

( )

$$\quad$$

( )

今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと

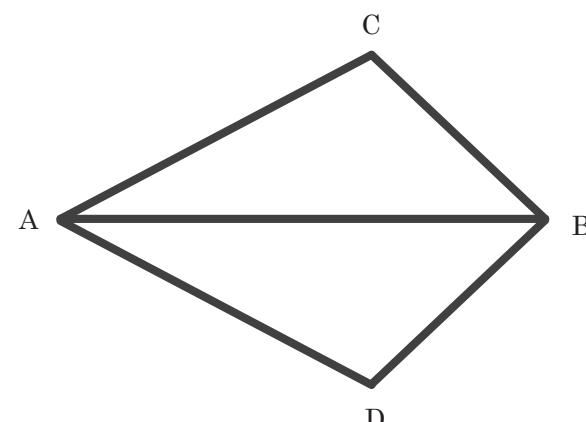
## 第2時

月 日 組 番 氏名



【学習問題】

下の図で、 $AC=AD$ のとき、 $\triangle ACB$ と $\triangle ADB$ を合同にするには、他の辺や角について  
どことどこを等しくすればよいですか。また、そのとき使う合同条件は何ですか。

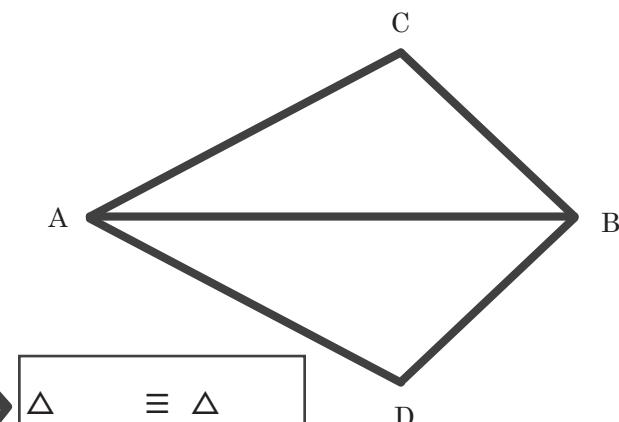


$$AC = AD$$

( )

( )

( )



( )

( )

合同条件

$$AC = AD$$

$$AC = AD$$

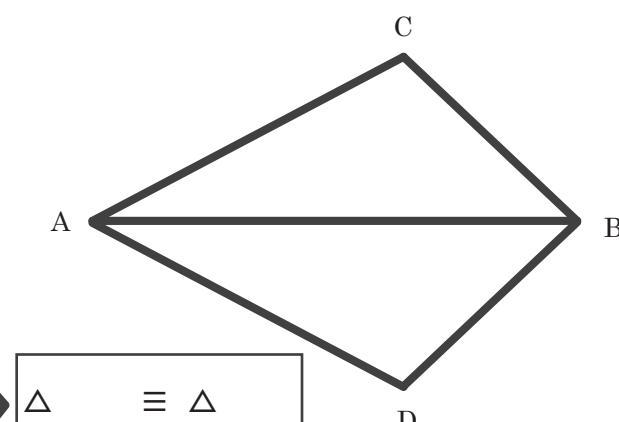
( )

( )

( )

( )

合同条件



( )

( )

( )

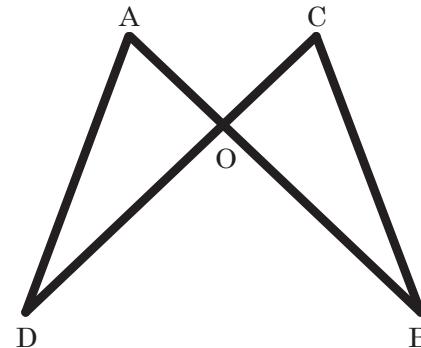
合同条件



## あと何がわかると合同になるかな?

## 【学習問題】

下の図で,  $\angle A = \angle C$  である。このとき,  $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$  を合同にするには, 他の辺や角についてどこどこを等しくすればよいですか。また, そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。



$$\angle A = \angle C$$

根拠

$$\quad\quad\quad$$

根拠

$$\quad\quad\quad$$

根拠

$$\angle A = \angle C$$

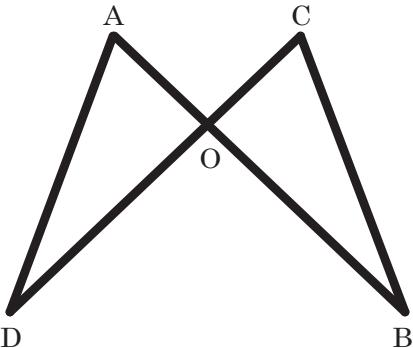
根拠

$$\quad\quad\quad$$

根拠

$$\quad\quad\quad$$

根拠



合同条件

## 【学習課題】

$$\angle A = \angle C$$

根拠

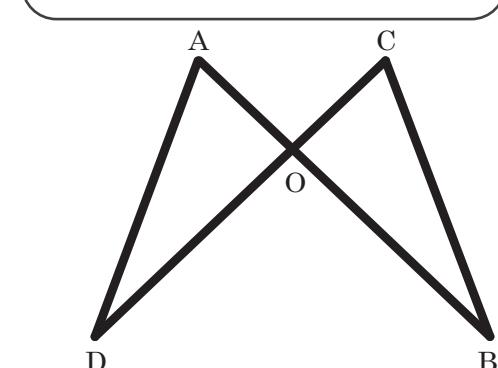
$$\quad\quad\quad$$

根拠

$$\quad\quad\quad$$

根拠

合同条件



合同条件

今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと

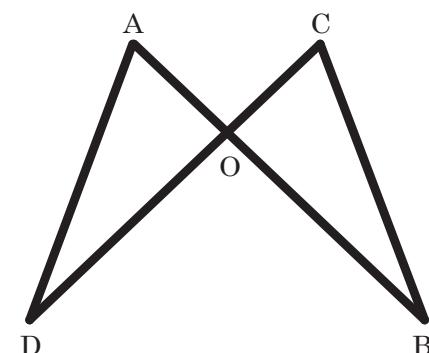
### 第3時

月 日 組 番 氏名



#### 【学習問題】

下の図で,  $AD = CB$ である。このとき,  $\triangle ADO$  と  $\triangle CBO$ を合同にするには, 他の辺や角について, どこどこを等しくすればよいですか。また, そのとき使う根拠や合同条件は何ですか。



$$AD = CB$$

根拠

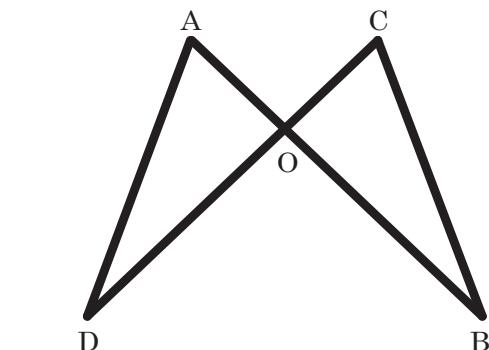
( )

根拠

( )

根拠

( )



合同条件

$$AD = CB$$

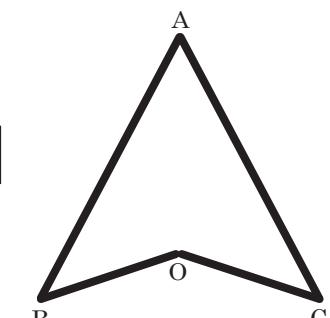
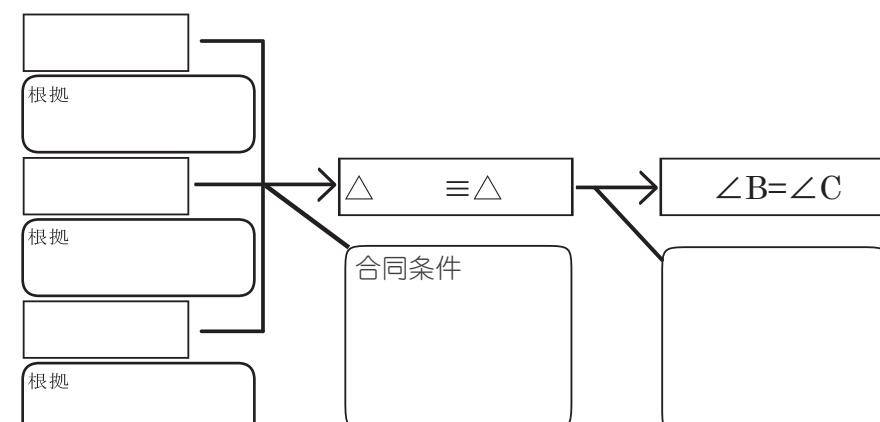
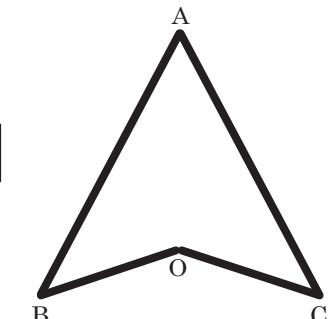
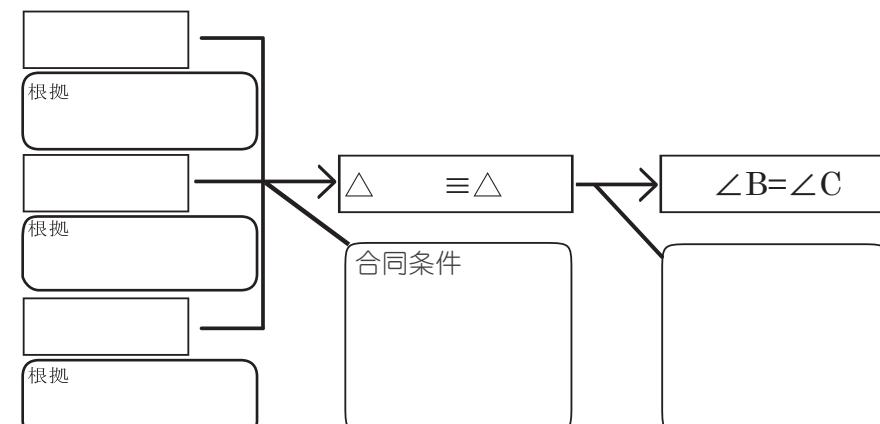
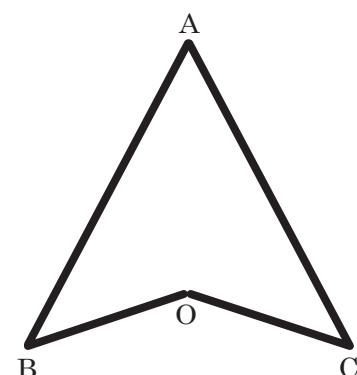
根拠

( )


**あと何がわかると合同になるかな?**

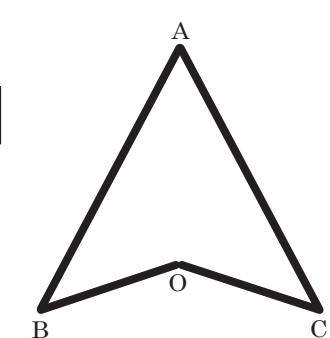
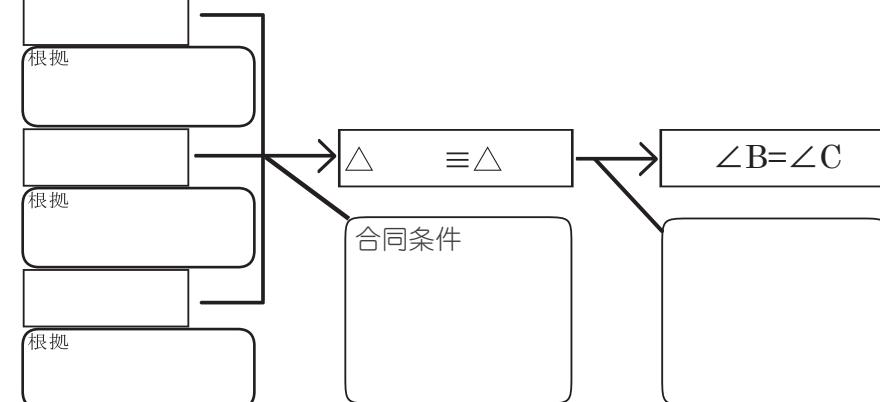
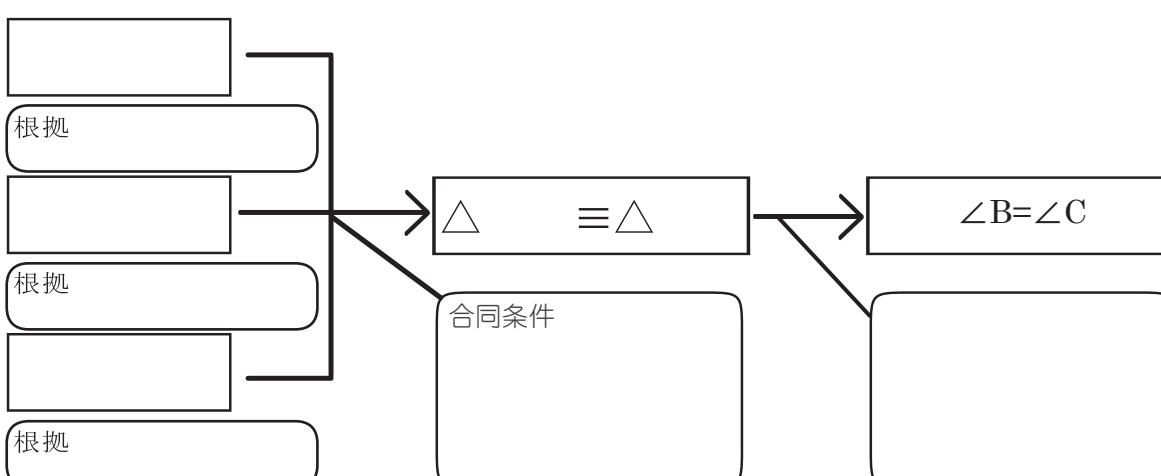
## 【学習問題】

右の図で、三角形の合同を使って、 $\angle B = \angle C$ を導くために、何がわかれればよいですか。



## 【学習課題】

## 【証明のフローチャート】

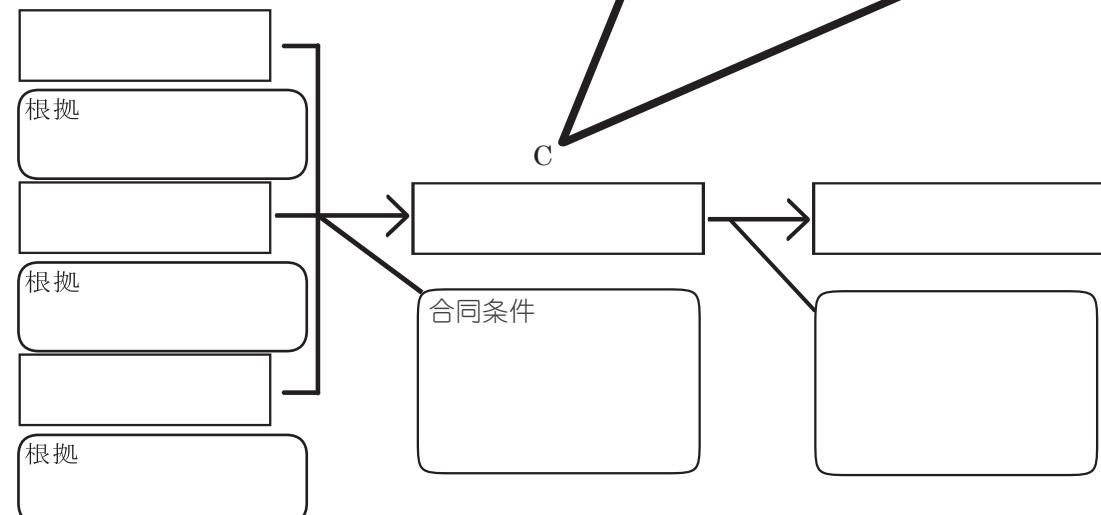
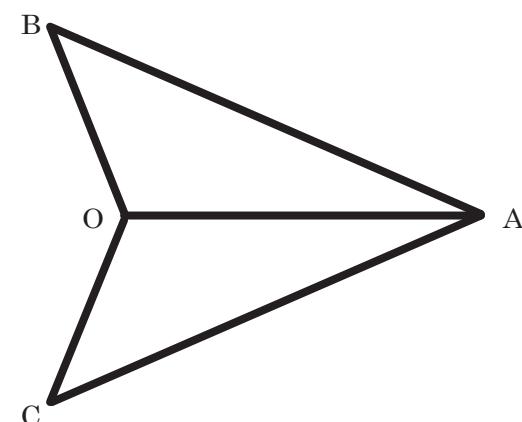


今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと

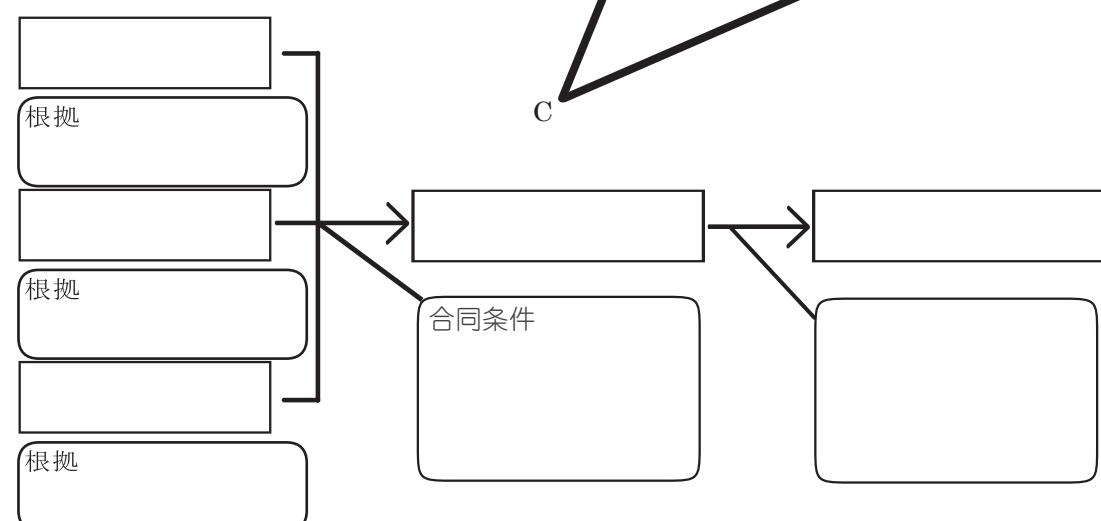
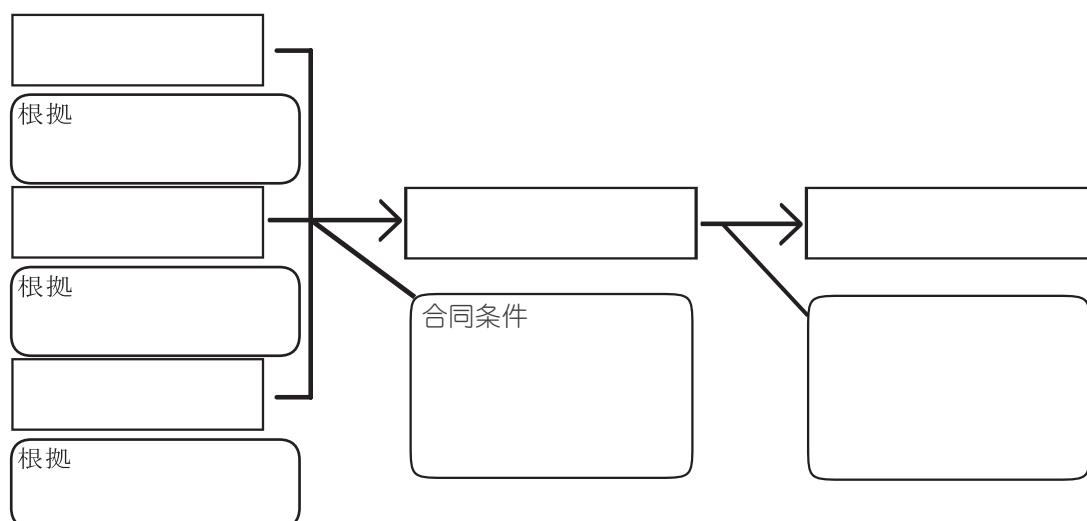


## 【学習問題】

下の図で、三角形の合同を使って、 $BO=CO$ を導くために、何がわかれればよいですか。



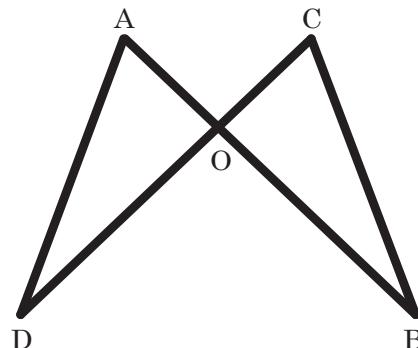
## 【証明のフローチャート】



 フローチャートとともに合同を説明しよう!

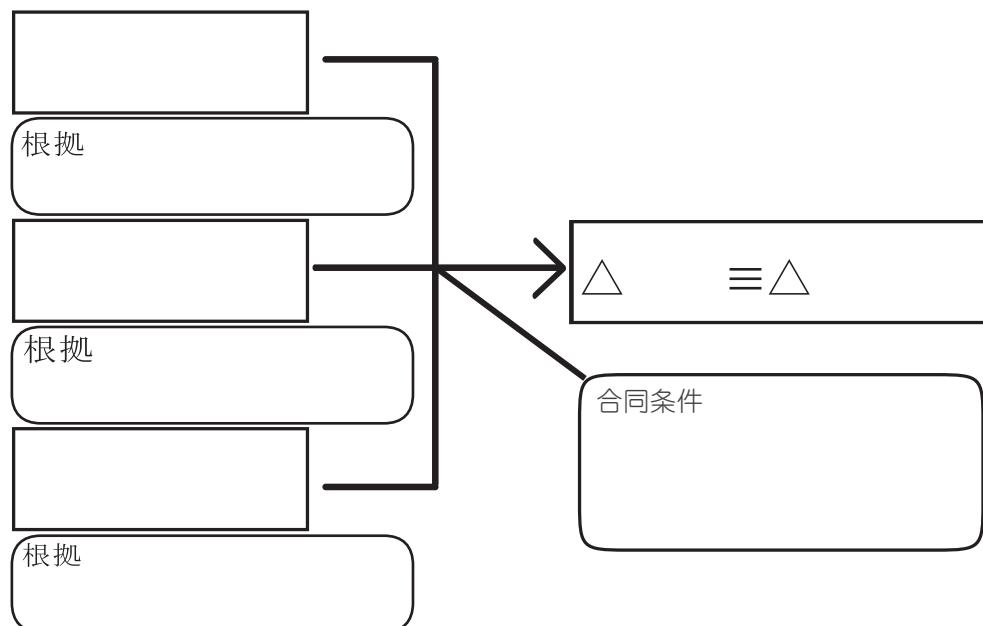
## 【学習問題】

下の図で,  $AB$ と $CD$ が点 $O$ で交わり,  $AO=CO$ ,  $DO=BO$ である。このとき,  $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ が合同であることを説明しよう。



## 【学習課題】

## 【証明のフローチャート】



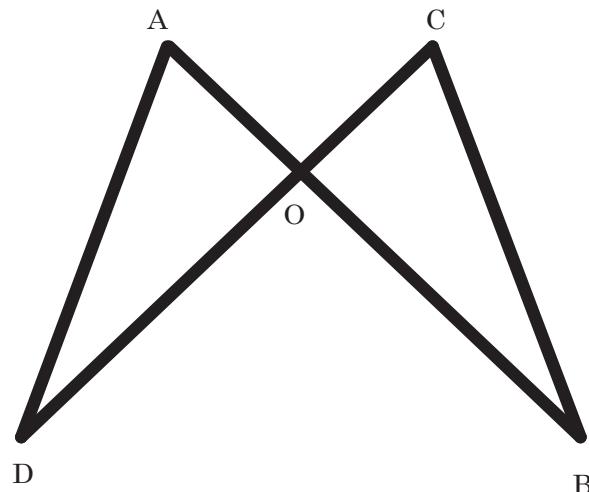
今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと



## 【学習問題】

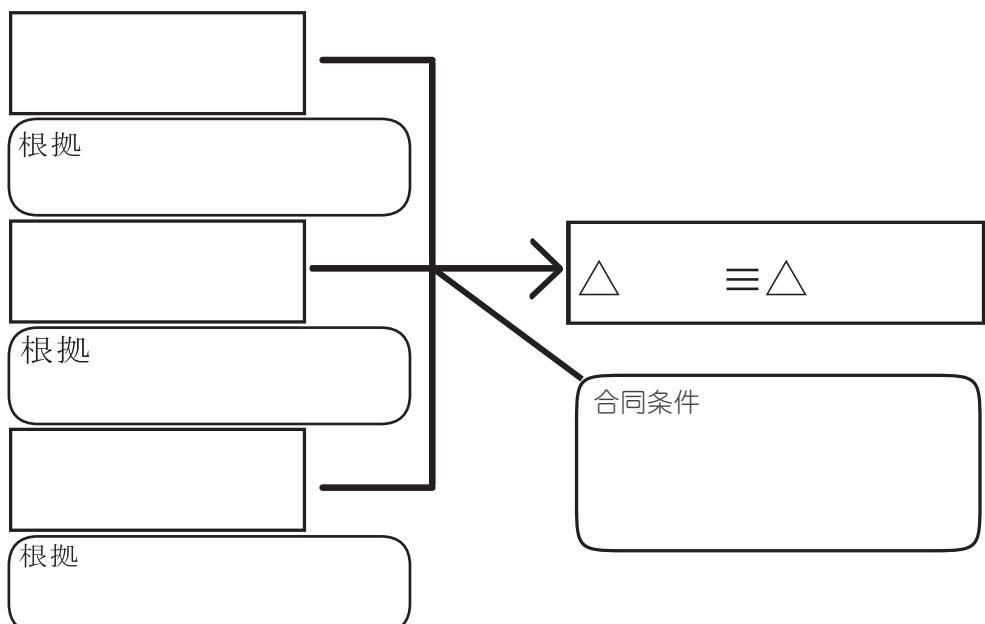
下の図で,  $AB$ と $CD$ が点 $O$ で交わり  $AO=CO$ ,  $\angle DAO=\angle BCO$  である。このとき,

$\triangle ADO \cong \triangle CBO$ を証明しよう。



## 【証明】

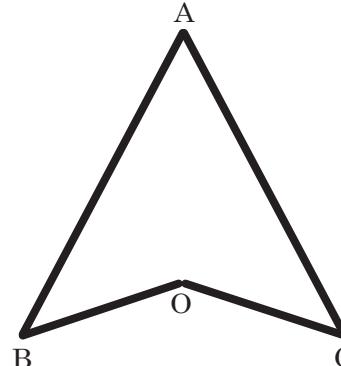
## 【証明のフローチャート】



 フローチャートとともに合同を使って証明しよう!

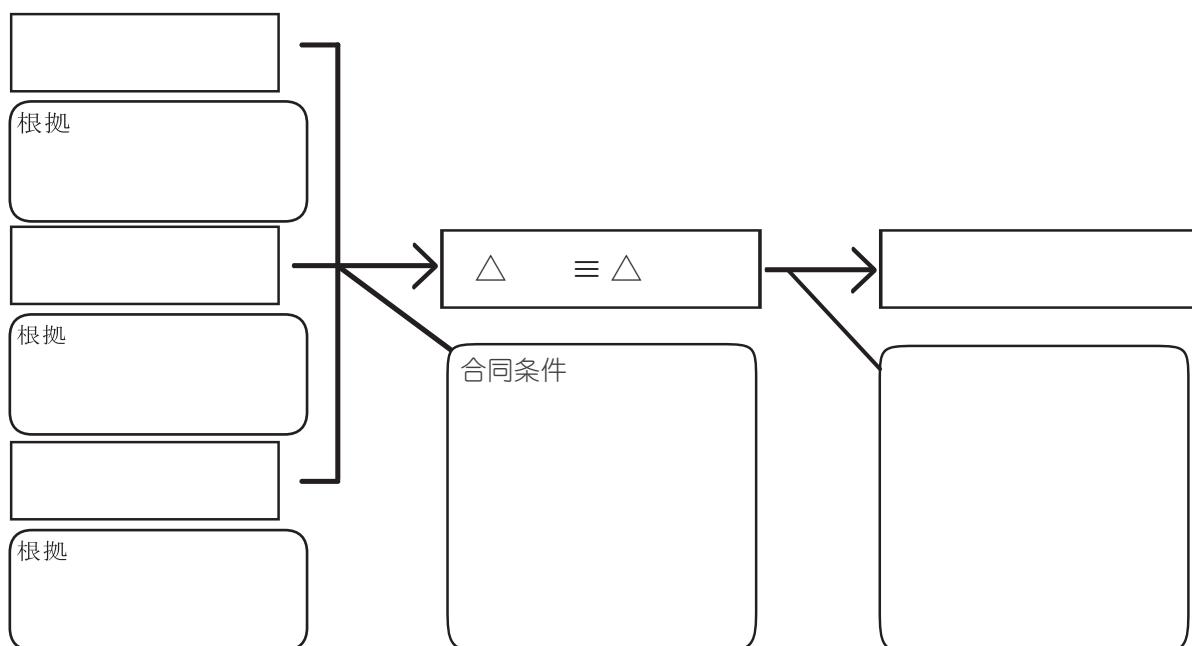
## 【学習問題】

下の図で,  $AB=AC$ ,  $BO=CO$ である。このとき,  $\angle B = \angle C$ を証明しよう。



## 【学習課題】

## 【証明のフローチャート】

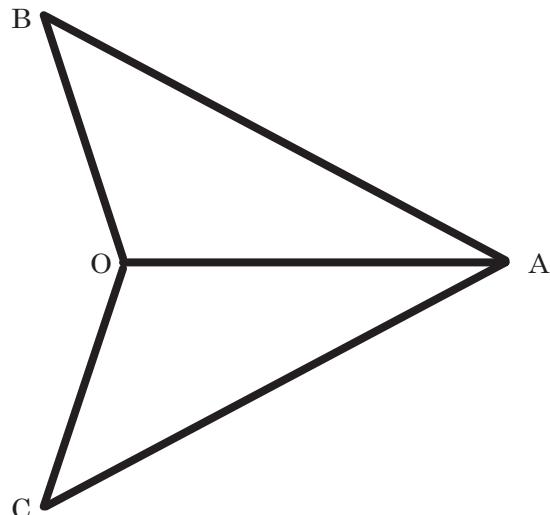


今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと

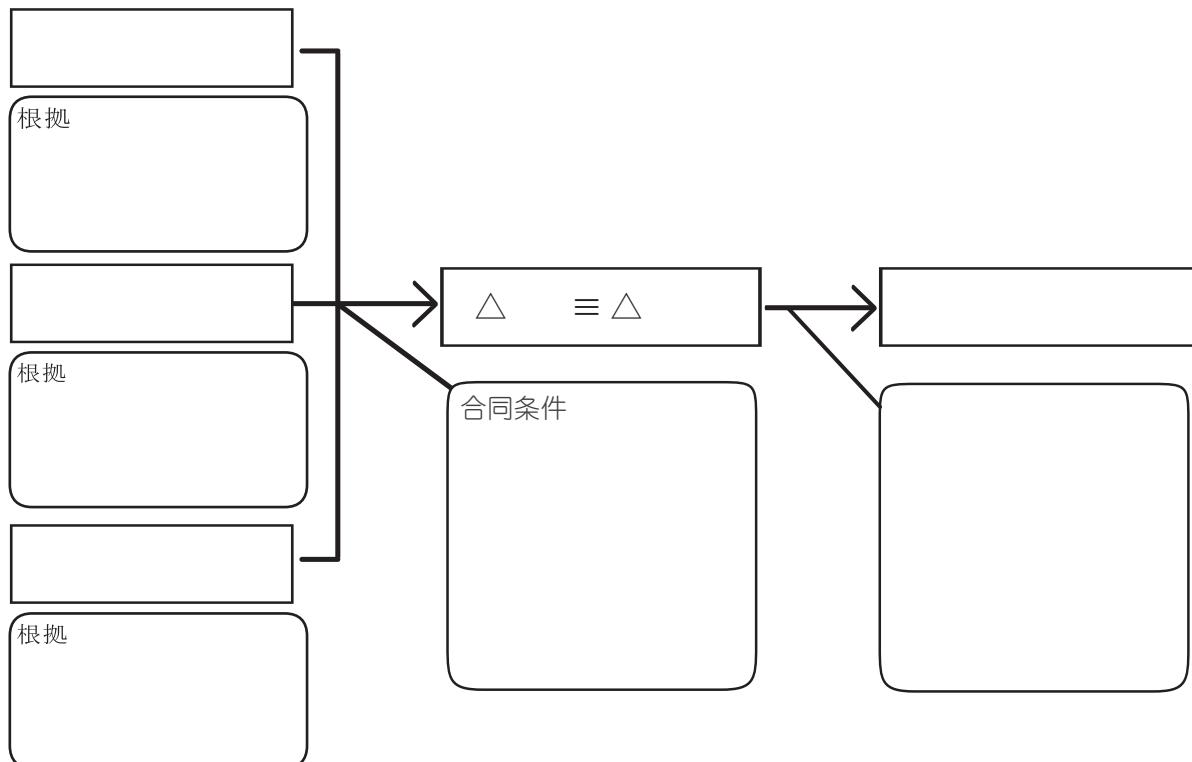


## 【学習問題】

下の図で,  $AB=AC$ ,  $\angle BAO=\angle CAO$  である。このとき,  $BO=CO$  を証明しよう。



## 【証明のフローチャート】

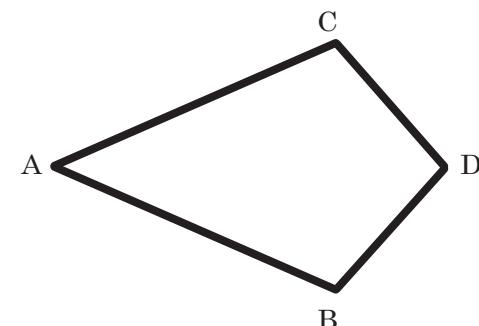


## 【証明】



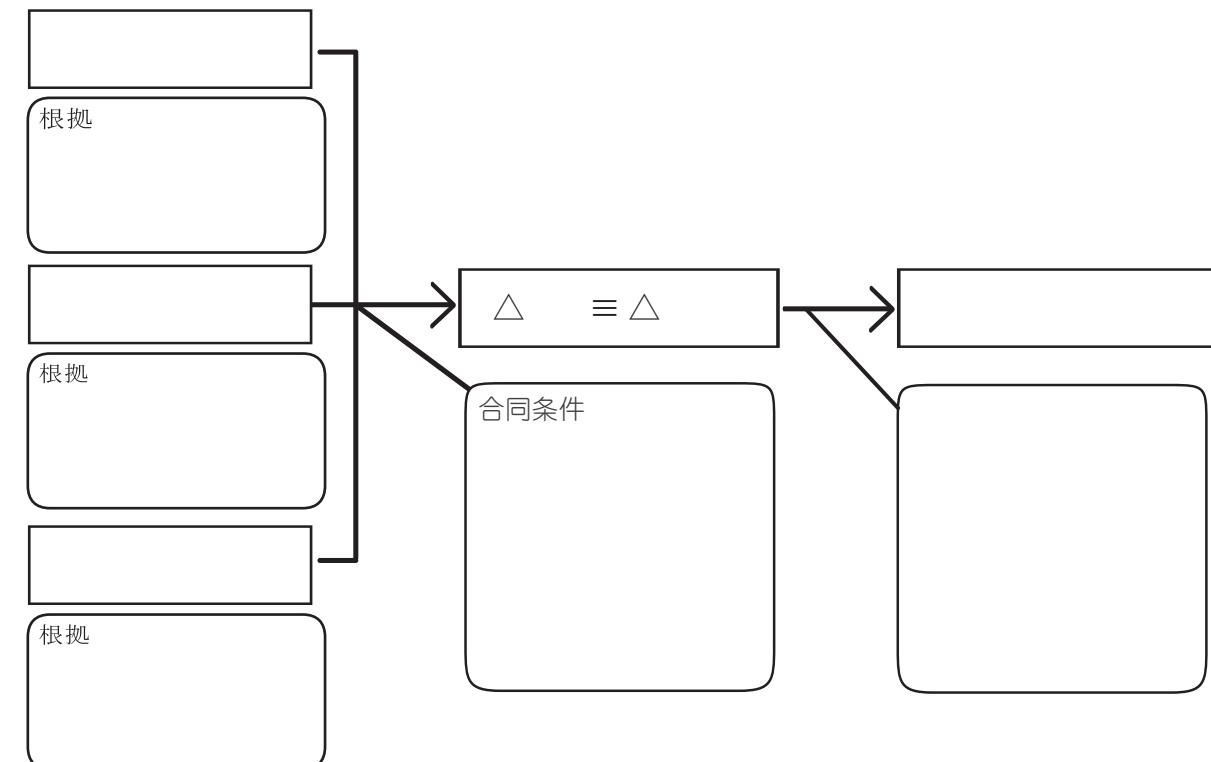
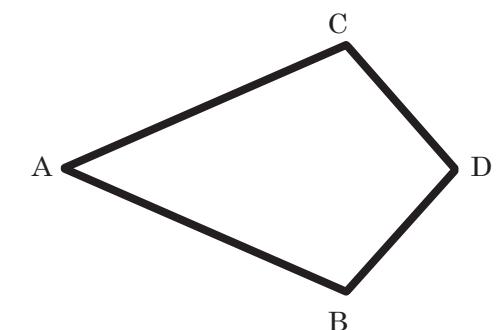
## 【学習問題】

下の四角形ABDCで,  $AB=AC$ ,  $BD=CD$ である。このとき,  $\angle ABD=\angle ACD$ を証明しよう。



## 【学習課題】

## 【証明】

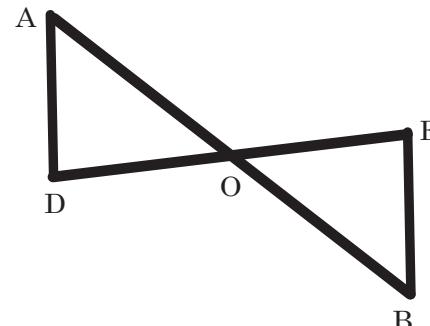


今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと



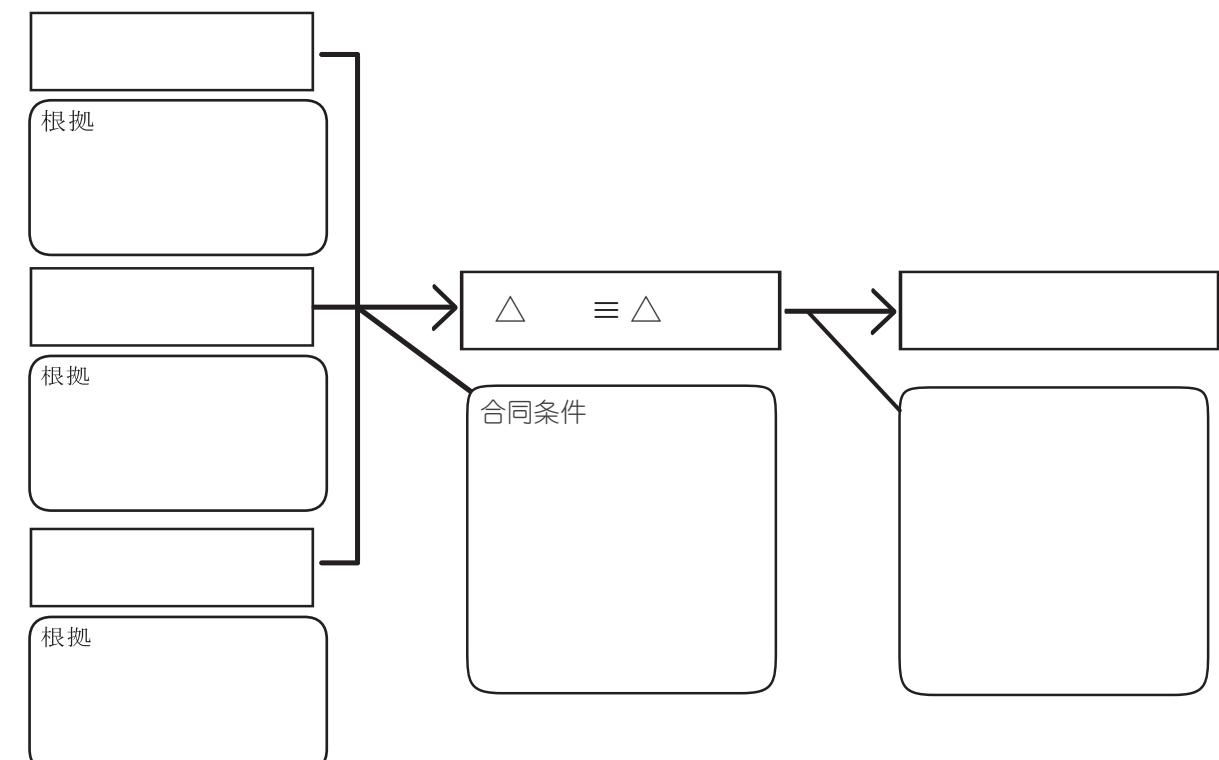
## 【学習問題】

下の図で、 $AO=BO$ ,  $\angle A=\angle B$ である。このとき、 $DO=EO$ を証明しよう。



## 【証明】

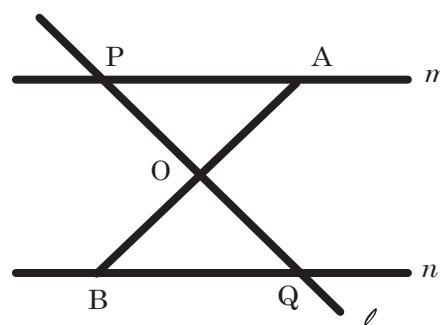
## 【証明のフローチャート】



 合同を使って証明しよう!

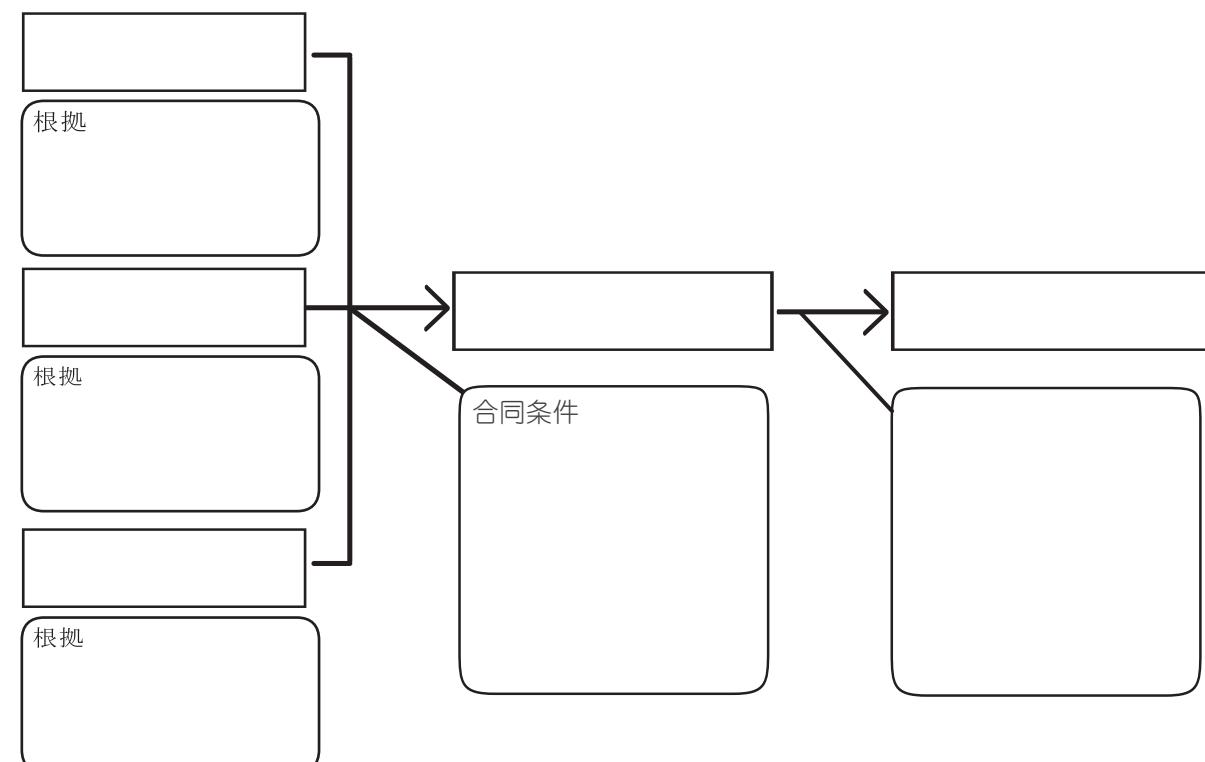
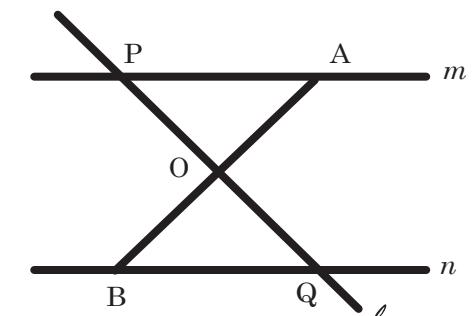
## 【学習問題】

下の図で,  $m \parallel n$ ,  $m$ 上の点Aと $n$ 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとする。点Oを通る直線 $\ell$ が,  $m, n$ と交わる点を, それぞれP, Qとするとき,  $AP=BQ$ であることを証明しよう。



## 【学習課題】

## 【証明】

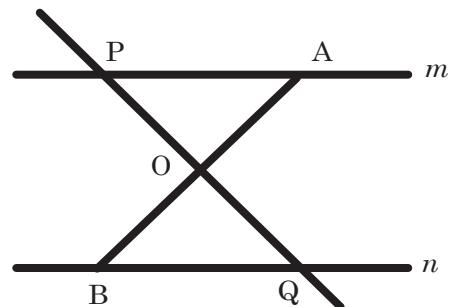


今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと



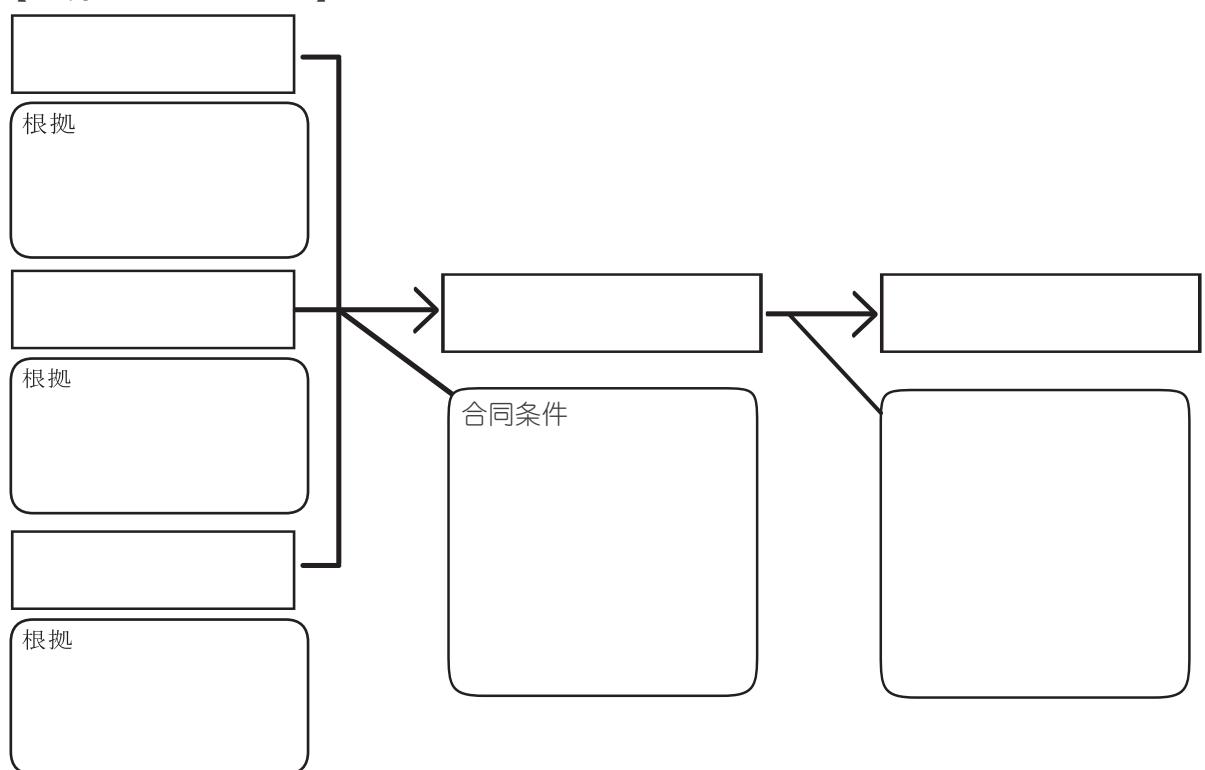
## 【学習問題】

下の図で,  $m \parallel n$ ,  $m$ 上の点Aと $n$ 上の点Bを結ぶ線分ABと,  $m$ 上の点Pと $n$ 上の点Qを結ぶ線分PQと交わる点をOとする。このとき,  $AP = BQ$ ならば,  $AO = BO$ であることを証明しよう。



## 【証明】

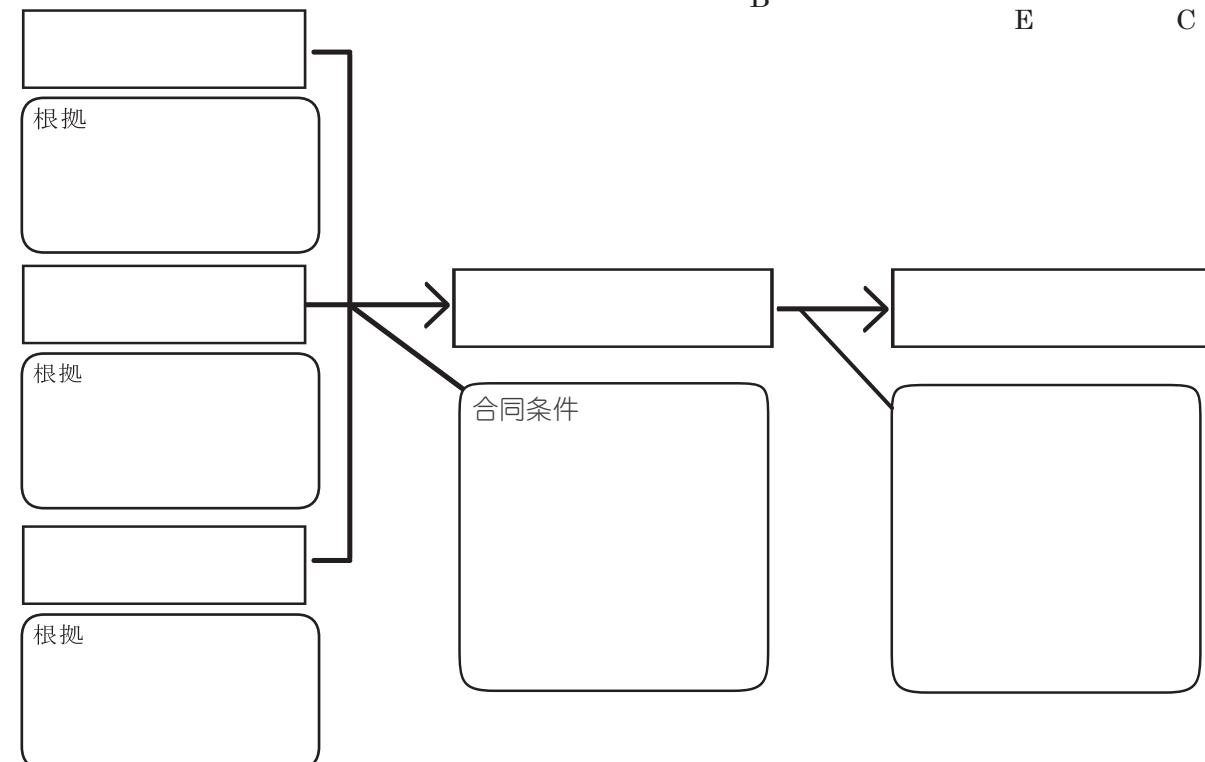
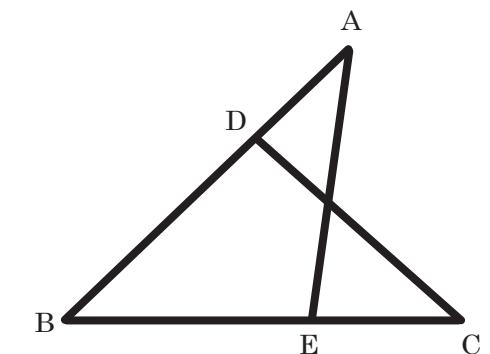
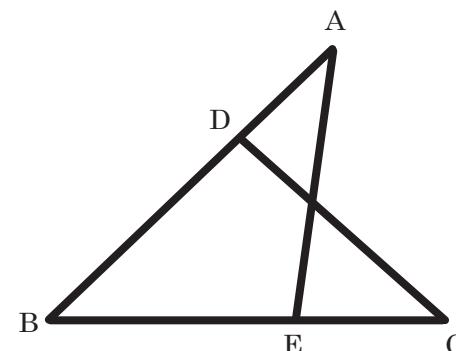
## 【証明のフローチャート】



 合同を使って証明しよう!

## 【学習問題】

下の図で,  $AB=CB$ ,  $\angle BAE = \angle BCD$  である。このとき,  $BD=BE$  となることを証明しなさい。



今日の授業で新たに発見したこと・わかったこと・気づいたこと



## 【学習問題】

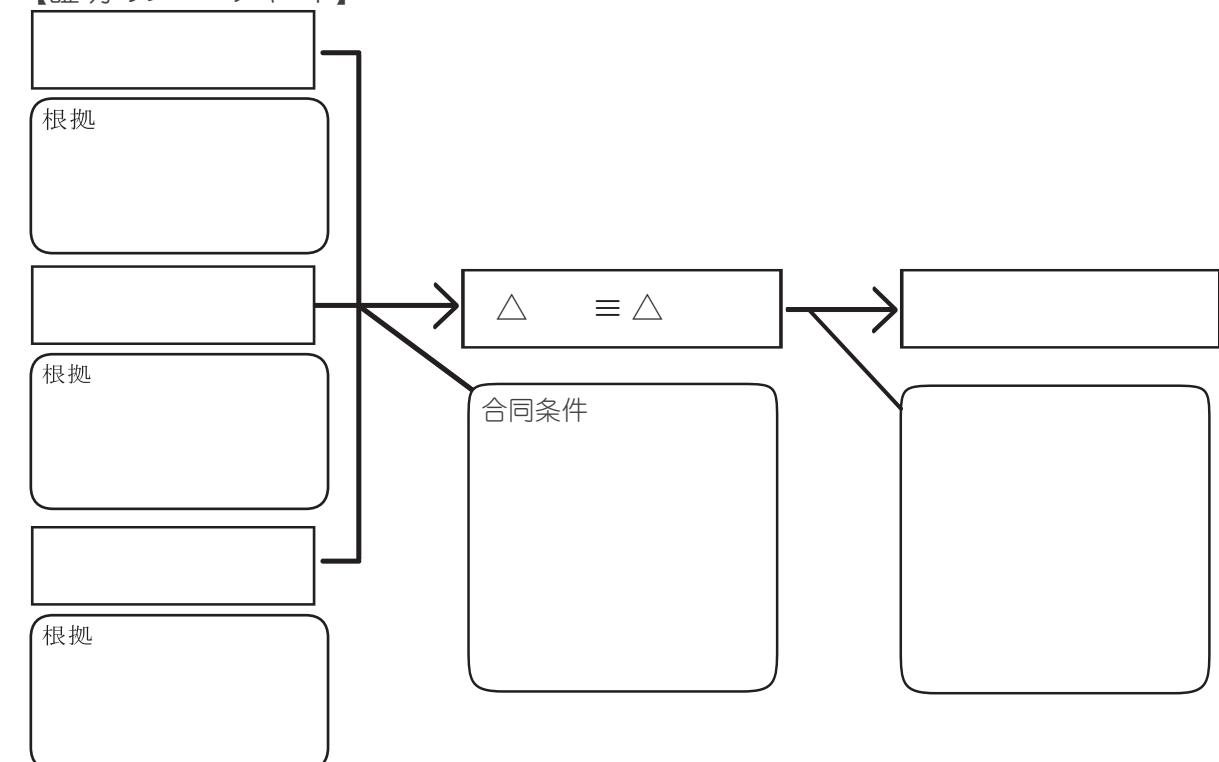
長さの等しい2つの線分**AB**と**CD**が交わっています。

このとき,  $\angle ABD = \angle CDB$ ならば  $\angle DAB = \angle BCD$ であることを証明しよう。

《自分で図をかこう》

## 【証明】

【証明のフローチャート】



## フローチャートではじめる、図形の証明の学習指導

---

発行：2011年（平成23年）6月1日

編著者：信州大学教育学部 教員 宮崎樹夫

長野県 教諭 馬場 直樹

長野県 教諭 坂巻 主太

長野県 教諭 湯本 武司

長野県 教諭 高寺 威

長野県 教諭 松井 良平

長野県 教諭 油井 幸樹

信州大学教育学部 教員 小松 孝太郎

（イラスト：sun-first 村上陽一）

事務局：〒380-8544 長野市大字西長野6-口  
国立大学法人 信州大学 教育学部

---

[資料利用者の制限]

図形の論証指導 - ビジュアル指導案 - の利用は schoolmath.jp にユーザ登録をいただいた方に限定させていただきます。

[禁止事項]

無断で資料を再配布、あるいは転載、流用することは禁止します。

---